文章编号: 1005-2542(2001)01-08-05

相异路径选线问题的模型与算法

王刊良, 徐寅峰
(西安交通大学 管理学院, 西安 710049)

【摘要】相异路径选线问题考虑的是, 给定一运输网络, 找出某对源宿节点之间的空间上有差异的路径。多个相异路径对于军事后勤供应、有害物品运输等在异常情况(如原来的最佳路线因气候等原因不可用)下的决策, 具有重要意义。本文着重对已有的 4 种生成空间相异路径的算法进行了分析和评价, 在此基础上构建了一个复合模型。

关键词: 选线; 相异路径; 模型; 算法
中图分类号: O 22 文献标识码: A

Models and Algorithms for Dissimilar Path Routing Problem

WANG Kan-liang , XU Yin-feng
(The School of Management , Xi'an Jiaotong University , Xi'an 710049, China)

【Abstract 】The dissimilar path routing problem is to find out spatial dissimilar paths between two specific source and destination nodes for a given transportation network. Many decisions, in military logistics, hazardous materials transportation , and so on, esp. in abnormal weather conditions, can be modeled as this problem. Three different models and algorithms for the problem were introduced in the paper. The merits and drawbacks of these models were analyzed and criticized. Based on the above analysis, a combined model was set up and an algorithm was given.

Key words : routing; dissimilar paths; models; algorithms

1 引 言

在许多现实选线规划问题当中, 选择从源节点到宿节点的唯一的“最佳”线路就够了。比如, 如果你关注的是旅行时间, 那么你只要在已知运输网络每条边时间的情况下, 选择时间最短的路径即可。一般而言, 若选择决策只有单一目标的话, 找到一条路径就可满足。然而对于现实的很多多目标选线决策问题, 很难将目标减少为单一目标函数。如对于日常运输, 决策者需要知道在道路修建或恶劣天气情况的候选路径。此时, 需要生成一组路径并依相关准则对其进行评价。

在规模大而密度高的运输网络中, 两个节点之间的路径数量相当大。多数情况下, 生成所有这些路径并对其进行比较是不现实的, 生成子集还是可能的。为了选取好的子集, 必须遵循一些规则。例如, 不超过最短路径 10% 的所有路径。这可通过 k-最短路径算法实现。但是, 由 k-最短路径算法生成的路径在空间上非常相近。比如, 次最短路径和最短路径的差异可能只有一条边。然而在这些情况下, 并不需要生成空间上相近的路径。

2 相关研究及比较分析

在一源宿节点之间生成最短路径是运筹学在运输规划中应用的最富盛名的问题。求解该问题已有了一些算法[1]。最短路径算法的扩展产生了次最短

本文于 2000 年 3 月 22 日收到, 修改稿于 2000 年 9 月 11 日收到
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(798004).
作者简介: 王刊良(1966～), 男, 副教授

路径、再次最短路径等算法,最后产生了 k-最短路径算法[2~4]。k-最短路径算法显然可生成大量替代路径,在很多运输规划问题中是十分有用的。但是,大多数这些替代路径极有可能拥有很多共同路段。因此,k-最短路径算法不可能直接提供一组相异路径。尽管如此,也有可能从该算法产生的替代路径集合中选择一个相异路径子集。如果能定义这些路径的相异性测度的话,则可使得最小的相异极大化来选择这个子集。事实上,这是"离散 p-扩散"模型的一个应用*。

p-扩散问题有很多版本[5,6]。可对 k-最短路径算法产生的替代路径集合应用任一 p-扩散算法($p < k$)来找到 p 条相异路径。

2.1 迭代惩罚法

该方法首先找到最短路径,然后利用事先设定的惩罚因子对此路径上的边进行惩罚。这个两步骤过程持续进行到期望数量的替代路径已经生成为止。所以,重复选择同样边的行为受到阻挠,从而产生相异路径。采取不同的惩罚策略就会产生不同的版本[7,8]。

设计惩罚机制时至少应当考虑如下 4 个方面的因素:

(2) 受惩罚的对象。可对边、节点或两者同时施加惩罚。

(2) 惩罚的结构。可以使用累加惩罚(在当前的累计罚值上增加固定值)或倍加惩罚(当前累计罚值乘以>1 的因子)结构。如果使用后者,可以基于当前的累计罚值或原来设定的累计罚值。

(3) 惩罚强度。如果选择相对严厉的惩罚,出现在已产生路径上的边将受到很强的阻挠;反之,微小的惩罚会允许在已产生路径上的边频繁出现。

(4) 受惩罚的路径。惩罚可以只施加到最近找到的路径上,也可施加到迄今找到的所有路径上。

此方法非常简捷,实现此方法只需要一最短路径子程序和一惩罚机制。但是,此方法无法评价所产生的一组路径的质量(空间相异和路径长度)。其次,运用此方法时,还需要对上述 4 个参数进行(随意的)选择。例如,微小的惩罚不足以达到相异性的目标,而严厉的惩罚则会将很多可用的路径排除在外。尽管可对不同的惩罚机制进行试验,但是没有一个对已产生路径的评价机制,此搜索就带有随意的色彩。此外,经过反复试验的惩罚机制是严格地依赖于问题的。最后,此法也有数值不稳定的风险,特别是在使用了大的倍加因子,而且惩罚是基于当前累计惩罚值的情形。

2.2 通道最短路径法

通道最短路径法(Gateway Shortest Paths, GSP)本质上是一种约束最短路径问题。对于一给定的源宿节点对,GSP 是源宿节点之间满足通过指定节点(称之为通道)约束的最短路径。通过指定不同的通道,可以产生大量通过其的路径。

为评价不同路径之间的相近性,可假定网络是嵌入在一平面上而且平面有坐标系统,从而引入"路径下的面积"概念。给定路径下的面积定义为坐标系统 x 轴和该路径之间围成的物理面积。两路径之间的相近性通过其下面积的差值来度量。

运用 GSP 求相异路径的步骤如下:

(1) 利用 Dijkstra 算法找到从源节点到网络中所有其他节点之间的最短路径集合(树状),称之为"前向最优树"。在每个节点上做 3 个标记:前项节点、路径长度和路径下的面积。

(2) 利用 Dijkstra 算法找到从宿节点到网络中所有其他节点之间的最短路径集合(树状),称之为"后向最优树"。在每个节点上做 3 个标记:前项节点、路径长度和路径下的面积。

(3) 对源宿和最短路径上的节点之外的所有通道节点,搜索其通道最短路径。对每一此类路径,利用前向和后向最优树上的节点标记计算其长度和其下的面积。对每一通道节点,搜索并记录通道最短路径和最短路径下面积的差的绝对值。

(4) 在路径长度-面积差图上标示每一通道最短路径。通过剔除支配解来辨识出有效的通道解集合。

此方法最大的优势是两次使用最短路径算法生成大量的替代路径。它也产生了满足长度和相异性要求的有效路径集合。不过,此方法也有许多致命的不足:

(1) 有些通道路径可能包含回路。

(2) 利用 GSP 有时也无法得到具有最佳相异性的替代路径。如某路径与最短路径极相异,但因长度略比与最短路径相似的候选路径长,而被排除在外。

(3) 一个极为可取的通道最短路径可能与一支配路径完全相同而在 GSP 的最后步骤中被剔除。

(4) 利用 GSP 生成的路径可能非常相近。

(5) 一条路径和最短路径的面积差的循环计算

* 离散 p-扩散模型是一设施选址模型,其问题是在一空间内的给定点的集合中选择一分散的子集,使得所选择的点之间的最短距离最大化

可能出错。与 Dijkstra 算法中的距离标记相似, 此处每一节点有一面积标记。两条路径的相异性取决于面积标记的差的绝对值。但是, 有时会由于多次重复计算而出现错误。

鉴于 GSP 方法有如上缺陷, 在利用其生成源宿节点间的相异路径时应特别小心。

2 3　极小极大化法

极小极大化法[9] 目标是在一个大的路径集合中选择一个子集来产生一个“差异化”路径集合。关注的焦点在于所选取路径之间的相近性和长度, 使得最后所得的集合中的路径相异并相对短。首先利用 k-最短路径算法生成源宿节点之间的 k 最短路径集合。然后, 对 k 条路径进行处理, 以迭代方式构造相异路径子集(DS)。需要定义一个指标以测度相异路径子集中候选路径的可取性。

DS 中的第一条路径是最短路径, 假定其为 P_1, 长度为 $d(P_1)$。选取第二条路径 P_j 的准则是: P_j 长度极小且与 P_1 的相近性极小。令 P_j 与 P_1 的共同路段长度为 $d^3(P_j, P_1)$, 不同路段长度为 $d^1(P_j, P_1)$。显然

$$d(P_j) = d^3(P_j, P_1) + d^1(P_j, P_1)$$

我们的目标是极小化 $d(P_j)$ 以及 $d^3(P_j, P_1)$。利用加权的办法将此两个目标合二为一。假定第二个目标的权重为 β, 并将加权目标收缩 $d(P_1)$, 则可取性指数定义为

$$M(P_j, P_1) = \frac{(1+\beta)d^3(P_j, P_1) + d^1(P_j, P_1)}{d(P_1)}$$

极小化指数 $M(P_j, P_1)$ 可生成相对短的路径且这些路径相异于最短路径。当然, 所选择的路径取决于权重 β 的选择。大的 β 值强调第二个目标, 小的 β 值强调第一个目标。

选择第三条路径时, 使得候选路径和前面已选两条路径的指数的最大者极小。假定 $P_i \in$ DS 而 $P_j \notin$ DS, 一般形式的指数定义为

$$M(P_j, P_i) = \frac{(1+\beta)d^3(P_j, P_i) + d^1(P_j, P_i)}{d(P_1)}$$

其中 $d^3(P_j, P_i)$ 为 P_j 与 P_i 的共同路段的长度, $d^1(P_j, P_i)$ 为不同路段的长度。对于所有 $P_i \in$ DS, 候选子集 P_j 的最差情形指数为 $\max\{M(P_j, P_i)\}$。这样, 下一个选取到 DS 中的路径为

$$\min_{P_j \notin DS}[\max_{P_i \in DS}\{M(P_j, P_i)\}]$$

依次类推, 直到生成了期望数量的路径。

在上述三个方法中, 只有本方法对路径之间的相异性进行了比较。不过, 它还有如下的缺点:

(1) 若 $M'(P_j, P_i) = K - M(P_j, P_i)$, K 足够大, 则 $\max, \min M'(P_j, P_i)$ 等价于 $\min, \max M(P_j, P_i)$。此问题可转化为 p-扩散问题。对于此问题有许多精确算法和有效的启发式算法, 而贪婪构造启发式算法[9] 并不是最佳的。

(2) 两条路径的“不同路段的长度”$d^1(P_j, P_i)$ 定义为路径 P_j 上与 P_i 不同的路段的长度。此定义意味着 $d^1(P_j, P_i) \neq d^1(P_i, P_j)$ $(i \neq j)$, 即此指数是非对称的。这样, 最终得到的 DS 集合依赖于路径的选择次序。

(3) 如上所述, β 是相异性目标的权重。尽管可以通过改变 β 值来强调其中一个目标, 但是确定 β 值之前还必须对不同的 β 值进行试验。

2 4　离散 p-扩散法

典型的离散 p-扩散问题是在某空间中从 m 个点(定义为集合 M)中选择出 p 个点(定义为集合 P, $1 < p < m$), 这 p 个点中任何两点之间的距离定义为 w_{ij}, 其目标是使得最小的 w_{ij} 最大, 即

$$\max_{P \subseteq M}\left[\min_{i \neq j;\, i, j \in P}\{W_{ij}\}\right]$$

Vedat 等[7] 将该方法应用到相异路径选线问题。其思想是, w_{ij} 表示任意两条路径之间的相异性, 给定 m 条路径, 从中选择 p 条路径使得相互之间的最小的相异性最大。为了求解该 p-扩散问题, 本文使用了两阶段启发式: 首先采用了贪婪方法生成一初始可行解, 然后通过局部搜索来改善初始解。

本方法回避了路径选线问题, 将问题的重点放在被选路径集合中的最优选择上了。所以, 能够对路径之间的相异性进行比较。但是, 此方法仍然有如下缺点:

(1) 该文将被选路径集合的生成和最优子集的选择放在两个步骤中考虑。生成被选路径集合时采用了 IPM 和 k-最短路径算法; 在选择最优子集时没有考虑路径的长度, 只是对路径之间的相异性进行比较。

(2) 不能保证更好的路径都在被选集合中。

(3) 最短路径往往没有包含在最优子集中。

3　一个复合模型

3 1　复合模型的构建

在上述几种方法的基础上, 可以构建各种复合模型, 即结合各模型的长处, 以一种模型为主, 将另一种模型镶嵌到该主模型中。该方式的特点是在模型及算法的不同阶段有效地利用各种方法的特长, 从而渴望产生效果更好的模型。

根据上述思路, 以 GSP (通道最短路径法) 作为主模型, 将 IPM (迭代惩罚法) 嵌入到 GSP 之中, 从而形成一复合模型。假定各通道是事先给定的, 该复合模型的具体做法如下:

(1) 利用 Dijkstra 算法找到从源节点到网络中所有通道节点之间的最短路径集合 (分别为 $s_1, s_2, \cdots, s_m$, m 为通道个数, 集合记为 S), 以及所有通道节点到宿节点之间的最短路径集合 (分别为 $t_1, t_2, \cdots, t_m$, 集合记为 T)。

(2) 利用 IPM 方法寻找源节点到网络中所有通道节点之间的替代路径集合 (分别为 $S_1, S_2, \cdots, S_m$, 集合记为 S), 以及所有通道节点到宿节点之间的替代路径集合 (分别为 $T_1, T_2, \cdots, T_m$, 集合记为 T)。

(3) 对于所有通道, 将 S_i 中的路径和最短路径 s_i 与源宿之间的最短路径进行比较, 得到相异且距离在一定范围内的 (前半段) 路径, 产生路径集合 S'; 将 T_i 中的路径和最短路径 t_i 与源宿之间的最短路径进行比较, 得到相异且距离在一定范围内的 (后半段) 路径, 得到路径集合 T'。这里的相异性比较采用 GSP 方法中的面积差。

(4) 将集合 S 和 T 进行匹配, 即得到最终的路径集合。

从中可以看出, 在步骤 (3) 中若在源 (宿) 节点和各通道节点之间生成多个相异的被选路径的话 (这里是生成 1 个), 可以扩大搜索的范围。

3.3 算 例

如图 1 所示, 节点 1 和 11 分别为源宿节点。最短路径和长度为 (1-3-11,4)。若节点 4 和 8 分别作为通道, 则:

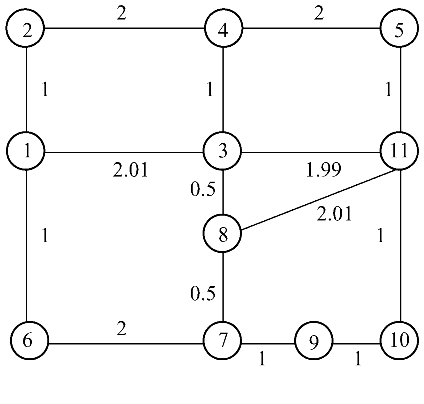

图 1 复合模型的算例

(1) 1-4 之间的最短路径 (s_1) 和长度分别为 (1-2-4,3), 4-11 之间的最短路径 (t_1) 和长度分别为 (4-3-11,2.99)。

1-8 之间的最短路径 (s_2) 和长度分别为 (1-3-8,2.51), 8-11 之间的最短路径 (t_2) 和长度为 (8-11,2.01)。

(2) 生成的替代路径集合分别为:

$S_1 =$ (1-3-4,3.01)

$T_1 =$ (4-5-11,3)

$S_2 =$ (1-6-7-8,3.5)

$T_2 =$ (8-3-11,2.49)

(3) 计算 s_1 到最短路径的面积 $A(s_1) = 2$, S_1 到最短路径的面积 $A(S_1) = 0$, 两者长度差为 0.01, 故对通道 4 来说, 从 1-4 的路径选择 s_1; 同理, 从 4-11 的路径选择 T_1。

计算 s_2 到最短路径的面积 $A(s_2) = 0$, S_2 到最短路径的面积 $A(S_2) = 2$, 二者长度差为 1.49, 故对通道 8 来说, 从 1-8 的路径选择 S_2; 同理, 从 8-11 的路径选择 t_1。

(4) 匹配通道两边 (从源节点到通道和从通道到宿节点) 所选择的路径, 得到通道路径选择结果, 如下:

通道 4, (s_1, T_1) = (1-2-4-5-11), 长度和面积分别为 (6,4);

通道 8, (S_2, t_1) = (1-6-7-8-11), 长度和面积分别为 (5.51,2.5)。

从上述算例可以发现, 此复合模型有如下特点:

(1) 避免了 GSP 方法中求前向最优树和后向最优树的计算, 取而代之的是利用 IPM 方法求解源节点到通道节点的最短路径和替代路径、通道节点到宿节点的最短路径和替代路径;

(2) 由于同时权衡路径长度及候选路径相对于最短路径的面积差, 有效地避免了单纯利用 GSP 方法可能产生极为相近路径的问题。

4 结 语

针对现实中存在的相异路径问题, 本文对已有的四种生成空间相异路径的算法进行了分析和评价, 在此基础上构建了一个复合模型。此外, 本文也探讨了相异性的完备性以及成本和相异性之间的权衡与协调问题。建立相异性的不同判断方法可以构建截然不同的优化模型, 因而对其有效性进行实际的仿真研究是十分必要的。

参考文献:

[1] Ahuja R K, *et al.* Network flows: theory, algorithms, and applications [M]. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1993.

[2] Yen J Y. Finding the k shortest loopless paths in a network [J]. Management Science, 1971, 17 (11): 712 ～ 716

[3] Miaou S P, Chin S M. Computing k-shortes path for nuclear spent fuel highway transportation [J]. European Journal of Operational Research, 1991, 53: 64 ～ 80

[4] Shier D R. On algorithms for finding the k shortest paths in a network [J]. Networks, 1979, 17: 341 ～ 352

[5] Kuby M. Programming models for facility dispersion: The p-dispersion and Maxisum Dispersion Problems [J]. Geographical Analysis, 1987, 19 (4): 315 ～ 329

[6] Erkut E. The discrete p-dispersion problem [J]. European Journal of Operation Research, 1990, 46: 48 ～ 60

[7] Ruphail N M, *et al*. A DSS for dynamic pre-trip route planning [A]. Applications of Advanced Technologies in Transportation Engineering [C]: Proc of the 4th Intl. Conference, 1995. 325 ～ 329.

[8] Vedat Akgun, Erhan Erkut. On finding dissimilar paths [R]. Dept of Finance and Management Science, University of Alberta. 1997.

[9] Kuby M, Zhongyi X, Xiaodong X. A Minimax method for finding the k best differentiated paths [J]. Geographical Analysis, 1997, 29 (4): 298-313

[10] Lombard K, Church R L. The gateway shortest path problem: generating altemative routes for a corridor location problem [J]. Geographical Systems, 1993, 1: 25 ～ 45