第24卷第4期(总第148期)　　系　统　工　程　　Vol.24,No.4
2006年4月　　Systems Engineering　　Apr.,2006

文章编号:1001-4098(2006)04-0093-04

带时间窗的局内开放式车调度问题的竞争分析*

戴　敏[1], 徐寅峰[1,2], 董玉成[1], 杜源江[1]

(1. 西安交通大学 管理学院, 陕西 西安　710049;
2. 机械制造系统工程国家重点实验室, 陕西 西安　710049)

摘　要: 对于带时间窗的局内车辆调度问题, 以往文献的研究都是关于 $k=1$ 的单车调度, 其开放式情形下最好的竞争比为4。针对该问题本文进行了开放式情形下多辆车($k\geq2$)调度的研究分析, 设计了解决该问题的竞争算法, 并证明了其竞争比为3.5。同时本文分析了该问题的一种特殊情形——单车调度问题, 可证明其竞争比为3, 优于已有结果。

关键词: 局内问题; 竞争策略; 竞争比; 车辆调度
中图分类号: U 492　　　**文献标识码**: A

1　引言

局内问题(online-problem)的基本概念是由 Sleator 和 Tarjian 于1985年在文献[1]中正式提出的。后由堵丁柱[2]把这种方法介绍给国内读者。文献[3]研究了局内车辆调度问题, 文献[7]基于电梯调度的思想, 研究了带时间窗的局内开放式单车调度问题, 提出了两种竞争策略, 其竞争比分别为4和5。本文把该问题从单车扩展到 k 车, 提出了新的重新计划策略, 并证明了其竞争比为3.5, 优于已有结果。

本文第2节描述了具有时间窗的局内开放式 k 车调度问题并建立了数学模型; 第3节进行竞争策略及竞争比的分析, 提出了重新计划策略并证明其竞争比为3.5; 最后一节进行总结。

2　问题描述及数学模型

2.1　提出问题

带时间窗的局内车辆调度问题叙述如下:

k 辆车服务于给定的度量空间 M, 在该空间的各个顶点之间进行车辆的来往运送, 每一个服务请求都是以在线的方式到来且必须得到服务。所有车辆在对需求序列进行服务时从给定的原点出发, 车辆在需求起点载货后到达终点卸货, 不能在运输过程中卸货再去服务其它需求。假定知道每个服务需求的发布时间, 但需求序列的长度和最后一个需求的发布时间事先并不知晓。该局内决策问题的优化目标为如何合理地安排服务各个需求的顺序从而尽可能早地完成对整个服务需求序列的服务。对于此问题, 有两种不同的变形:

①封闭式问题: 送货车辆对服务需求序列进行服务时从给定的原点出发, 而在完成服务需求序列后且无新的需求到来时必须回到原点。

②开放式问题: 送货车辆对服务需求序列进行服务时从给定的原点出发, 而在完成服务需求序列后且无新的需求到来时无须回到原点。

基于以上问题, 文献[5]对 $k=1$ 的封闭情形进行了研究讨论, 文献[7]对 $k=1$ 时开放情形进行了研究。而对于 k 辆车的情形, 迄今还没有比较好的研究成果[5]。本文主要讨论开放式 k 辆车的调度问题。

令 $T_A(R)$ 表示在线策略 A 完成服务需求序列所花费的总的时间, $T_{opt}(R)$ 表示离线最优策略所花费的时间。如果对于任意的服务请求序列存在一个常数满足

$$T_A(R)\leq c\cdot T_{opt}(R)$$

则称占线策略 A 是竞争比为 c 的竞争策略。

2.2　建立模型

为准确描述带时间窗的 k 车调度问题, 用图论中的有关概念建模并讨论。令 $G=(V,E)$ 为一边加权无向图, 其中 V 为顶点集合, E 为边集合, 该图有一个作为原点的顶

* 收稿日期: 2005-12-19
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70471035); 国家自然科学基金委员会优秀创新群体资助项目(70121001)
作者简介: 戴敏(1981-), 女, 陕西人, 西安交通大学管理学院研究生, 研究方向: 运输管理中的占线问题与竞争策略。

点 $o \in V$，在初始时刻 k 辆车均处于原点 o。对于 $u, v, w \in V$，边之间的权满足三角不等式，即 $d(u, v) + d(v, w) \geq d(w, u)$，其中 $d(x, y)$ 表示顶点 x, y 间边的权。假设有 k 辆车在顶点 V 的一个子集合上，每一个服务请求由一个三元数组 $r_i = (t_i, a_i, b_i)$ 表示，t_i 为一实数，表示服务请求的发布时间。其实际意义为，在时刻 t_i，有一批货物要求从 a_i 运送到 b_i，$a_i \in V$，$b_i \in V$ 表示运送货物的起点和终点。服务请求序列的集合为 $R = (r_1, r_2, \cdots, r_m)$，该集合的元素以对应的服务请求的发布时间为先后顺序排列。

以下所有讨论都是基于如下基本假设：

①图 G 是连通的。

②在线决策者既不知道关于最后一个服务请求的发布时间，也不知道服务请求的总的长度。

③车辆以恒定的速度移动，并且在0时刻送货车辆位于原点 o 处。允许送货车辆在给定的图上连续移动。即允许车辆在赶往服务需求点的路上，也就是空载时改变车的运动方向。

④所有车辆的载重相同。

⑤不允许提前卸货。

3 开放式车重新计划策略

对于一个服务需求序列 $R = \{r_1, r_2, \cdots, r_n\}$ 和一个顶点集 $X = \{x_1, x_2, \cdots, x_k\}$（即 k 辆车所处的位置），令 $L^*(t, X, R)$ 表示在时刻 t 由顶点集 X 开始完成 R 中所有服务的最优调度计划所花费的时间（即完成时间和开始时间 t 的差值）。令 R_i 表示按最优调度 $L^*(t, X, R)$ 分配给第 i 辆车服务的需求系列，显然当 $i \neq j$，$R_i \cap R_j = \varnothing$，$\bigcup_{i=1}^{n} R_i = R$，则 $L_i^*(t, o, R_i)$ 表示第 i 辆车从原点 o 完成对应服务需求 R_i 所花费的时间。另外记 $T(a, b)$ 表示从位置 a 到位置 b 所需的最短时间。

对于服务请求的到达情况，获得的信息越多越能以更优的顺序完成该服务请求序列，所花费的时间也越少。则对于任何 $t' \geq t$ 有 $L^*(t', X, R) \leq L^*(t, X, R)$，并有 $T_{OPT}(R) = L^*(0, o, R)$，因此对于任意时间 $t \geq 0$，有 $T_{OPT}(R) \geq L^*(t, o, R)$。

基于问题的前提假设，相应的最优调度计划 $T_{opt}(R)$ 不能在服务需求序列 R 中的最后一个服务请求 $r_m(t_m, a_m, b_m)$ 发布之前对其进行服务。因此，对任意的 $t \geq 0$ 有：

$$T_{OPT}(R) \geq t_m + T(a_m, b_m) \tag{1}$$

综上，得：

$$T_{OPT}(R) \geq \max\{L^*(t, o, R),\ t_m + T(a_m, b_m)\} \tag{2}$$

引理 令 $R_{t_m} = \bigcup_{i=1}^{n} R_i$ 为 t_m 时刻尚未完成的服务需求系列，$X = \{S_1(t_m), S_2(t_m), \cdots, S_k(t_m)\}$，其中 R_i 为 t_m 时刻第 i 辆车尚未完成的服务需求，$S_i(t_m)$ 为 t_m 时刻第 i 辆车所在的位置。则有：

$$L^*(t_m, \{S_1(t_m), S_2(t_m), \cdots, S_k(t_m)\}, \{R_1', R_2', \cdots, R_k'\})$$
$$\leq \frac{3}{2} L^*(t_m, o, \{R_1'', R_2'', \cdots, R_k''\}) + \max_j(t_m, T(b_j, o))$$

证明 R_{t_m} 中的服务请求可以分为两类：第一类是在 t_m 时刻有车正对其服务但尚未完成的请求，本文称之为重载服务请求，另一类是在 t_m 时刻无车对其进行服务的请求，本文称之为空载服务请求。R_i'' 表示从原点 o 开始对 R_{t_m}（包括正在重载的服务请求）按最优的调度方案重新规划 k 辆车，则每辆车所服务的请求序列。

为了叙述方便，定义下列符号：

$I_1 = \{ i \mid R_i''$ 中包含零个正在重载服务的请求$\}$

$I_2 = \{ i \mid R_i''$ 中包含一个正在重载服务的请求$\}$

$I_3 = \{ i \mid R_i''$ 中包含两个及以上正在重载服务的请求$\}$

首先构造一种调度方案：

①若第 i 辆车处于空载状态，则立即从 $S_i(t_m)$ 回到 o 点，任选一个 $R_j''(j \in I_1)$ 按 $L^*(t_m, o, R_j'')$ 中 R_j'' 的调度顺序对其进行服务，并令 $I_1 = I_1 - \{j\}$。

②若第 i 辆车处于重载状态，不妨设正在重载服务 r_c，其中 $r_c \in R_j''(j \in I_2)$，则令此车服务 R_j''。若按 $L^*(t_m, o, R_j'')$ 对 R_j'' 服务的调度顺序为 $r_{j1}, r_{j2}, \cdots, r_{c-1}, r_c, r_{c+1}, \cdots, r_e$，那么可以设置如下新的调度顺序：第一步先服务完 r_c；第二步，依次服务完 $r_{c+1}, \cdots, r_e$；第三步，从 b_e 回到原点后依次服务 $r_{j1}, r_{j2}, \cdots, r_{c-1}$，服务完毕。

③若第 i 辆车正在重载服务 r_c，其中 $r_c \in R_j''(j \in I_3)$。因为 R_j'' 中含有两个及以上的重载服务请求，不妨设有 m 个重载服务请求 $r_{p1}, r_{p2}, \cdots, r_{pm}$，其中 $T(a_c, b_c) = \max_i(T(a_{pi}, b_{pi}))$。那么：(a) 对正重载服务 r_c 的卡车可按第②种情形的调度顺序对 R_j'' 进行服务。(b) 对其它正重载服务 r_{pi} 的卡车可设置如下调度顺序：第一步，先服务完 r_{pi}；第二步，然后回到 o；第三步，任选一个 $R_q''(q \in I_1)$，按 $L^*(t_m, o, R_q'')$ 中 R_q'' 的调度顺序对其进行服务，并令 $I_1 = I_1 - \{q\}$。

根据上面的构造的调度方案，第一种情况下第 i 辆车处于空载状态则完成指定服务所需时间 T_i 为

$$T_i = T(S_i(t_m), o) + L_i^*(t_m, o, R_j'') \tag{3}$$

又因为，在 t_m 时刻第 i 车从 o 点出发进行载重服务后处于 $S_i(t_m)$ 处，则有

$$T(S_i(t_m), o) \leq t_m \tag{4}$$

综合(3)、(4)有

$$T_i \leq t_m + L^*(t_m, o, R_j'') \tag{5}$$

第二种情况下第 i 辆车完成指定服务所需时间 T_i 为

$$T_i = T(b_e, o) + L_i^*(t_m, o, R_j'') \tag{6}$$

当第三种情况(a)时，正在重载的车辆完成服务所需时间 T_i 同(6)式。

当第三种情况(b)时，正在重载车辆完成服务所需时

间 T_i 为

$$T_i = T(S_i(t_m), b_{p_i}) + T(b_{p_i}, o) + L_i^*(t_m, o, R_j'') \quad (7)$$

$$T(S_i(t_m), b_{p_i}) \le T(a_{p_i}, b_{p_i}) \quad (8)$$

因为 $L^*(t_m, \{S_1(t_m), S_2(t_m), \cdots, S_k(t_m)\}, \{R_1', R_2', \cdots, R_k'\})$ 表示最优调度方案, 它所需服务时间显然小于上述构造的调度方案所需要的服务时间, 即

$$L^*(t_m, \{S_1(t_m), S_2(t_m), \cdots, S_k(t_m)\}, \{R_1', R_2', \cdots, R_k'\}) \le \max_i (T_i) \quad (9)$$

又因为题设第三种情况包括两类服务请求 r_c, r_{p_i} 且

$$T(a_c, b_c) \ge T(a_{p_i}, b_{p_i}) \quad (10)$$

则有

$$T(a_c, b_c) + \sum_i^m T(a_{p_i}, b_{p_i}) \le L^*(t_m, o, R_j'') \quad (11)$$

所以

$$T(a_{p_i}, b_{p_i}) \le \frac{1}{2} L^*(t_m, o, R_j'') \le \frac{1}{2} \max_j (L^*(t_m, o, R_j'')) \quad (12)$$

综合(5)、(6)、(7)、(12)式, 可得

$$\max_i (T_i) \le \max_i \{t_m, T(b_i, o)\} + \frac{3}{2} \max_j (L_k^*(t_m, o, R_j'')) \quad (13)$$

因为 $L^*(t, X, R)$ 完成 R 的时刻由最后完成任务的那辆车决定, 于是

$$L^*(t_m, o, \{R_1'', R_2'', \cdots, R_k''\}) = \max_i (L^*(t_m, o, R_i'')) \quad (14)$$

结合(13)、(14)有

$$L^*(t_m, \{S_1(t_m), S_2(t_m), \cdots, S_k(t_m)\}, \{R_1', R_2', \cdots, R_k'\}) \le \frac{3}{2} L^*(t_m, o, \{R_1'', R_2'', \cdots, R_k''\}) + \max_j (t_m, T(b_j, o)) \quad (15)$$

证毕。

重新计划策略(RS): 当新的服务请求到来时, 立即更新等待服务的队列, 并重新计划 k 辆车按花费时间最少的方案对新的等待队列进行服务。

定理　在开放式情形下, 策略 RS 的竞争比为3.5 。

证明　采用 RS 策略, 则完成服务的时间为:

$$T_{RS}(R) = t_m + L^*(t_m, \{S_1(t_m), \cdots, S_k(t_m)\}, \{R_1', \cdots, R_k'\}) \quad (16)$$

由引理知道

$$T_{RS}(R) \le t_m + \frac{3}{2} L^*(t_m, o, \{R_1'', \cdots, R_k''\}) + \max_j (t_m, T(b_j, o)) \quad (17)$$

且

$$t_m \le T_{opt}(R) \quad (18)$$

$$L^*(t_m, o, \{R_1'', R_2'', \cdots, R_k''\}) \le T_{opt}(R) \quad (19)$$

$$T(b_j, o) \le T_{opt}(R), \quad j = 1, 2, \cdots, m \quad (20)$$

综合(17)～(20)式, 可得

$$T_{RS}(R) \le \frac{7}{2} T_{opt}(R) \quad (21)$$

证毕。

推论　在开放式情形下, 单车 RS 策略的竞争比为3。

证明　在 k 车调度中已证得

$$L^*(t_m, \{S_1(t_m), S_2(t_m), \cdots, S_k(t_m)\}, \{R_1', R_2', \cdots, R_k'\}) \le \frac{3}{2} L^*(t_m, o, \{R_1'', R_2'', \cdots, R_k''\}) + \max_j (t_m, T(b_j, o))$$

然而对于单车调度, 只可能有一辆车处于重载, 因此不会出现上述的第三种情况, 则

$$\begin{aligned} T_{RS}(R) &= t_m + L^*(t_m, s(t_m), R) \\ &\le t_m + L^*(t_m, o, R) + \max_j (t_m, T(b_j, o)) \\ &\le t_m + T_{opt}(R) + T_{opt}(R) \\ &\le 3T_{opt}(R) \end{aligned}$$

证毕。

4　结论

文献[7] 基于电梯调度的思想, 研究了带时间窗的局内开放式单车调度问题, 提出了两种竞争策略, 其竞争比分别为4和5。本文把该问题从单车扩展到 k 车, 提出了新的重新计划策略, 并证明了其竞争比为3.5, 此策略的一种特殊情况单车调度可证明其竞争比为3, 优于已有结果。同时文献[7] 证明了该问题的竞争比下界为2, 因此如何进一步缩小和下界的距离仍需进一步的研究。此外, 该问题的优化目标为完成服务请求序列所花费的时间, 然而在实际应用中需将经济因素考虑在内, 即以车辆所行驶的路程为优化目标, 该问题又会有所不同, 很值得进一步的研究。

参考文献:

[1]　Sleator D D, Tarjan R E. Amortized efficiency of list update and paging rules[J]. Communications of the ACM, 1985, (28):202～208.

[2]　堵丁柱　k 车服务问题与竞争算法[J]. 数学的实践与认识,1991, (4):36～40.

[3]　徐寅峰, 王刊良　局内出租车调度与竞争算法[J]. 西安交通大学学报,1997, (1):56～61.

[4]　Ma W M, Xu Y F, Wang K L. k-Truck problem and its competitive algorithms [J]. Journal of Global Optimization, 2001,21 (1):15～25.

[5] 马卫民, 王刊良. 局内封闭式车辆调度问题及其竞争策略[J]. 系统工程理论与实践,2004,24 (9):72～78.
[6] 徐寅峰, 王刊良, 丁建华. 限制图上的局内出租车调度与竞争算法[J]. 系统工程学报,1999, (4):361～365.
[7] 马卫民, 徐寅峰. 具有时间窗的局内开放式车辆调度的竞争分析[J]. 系统工程学报,2005,20 (4):387～391.
[8] Ascheuer N, Krumke S O, Rambau J. Competitive scheduling of elevators[R]. ZIB-Report,98-34,1998.

A Competitive Analysis for the Open On-line k Trucks Scheduling Problem with Time Window

DAI Min[1], XU Yin-feng[1,2], DONG Yu-cheng[1], DU Yuan-jiang[1]
(1. School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. The State Key Lab for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an, 710049, China)

Abstract: Most literatures about the on-line *k*-truck scheduling problem are mainly focused on a single one and the best competitive ratio is 4 in the open on-line scheduling problem. In this paper, the problem is extended to *k* trucks and a new reschedule strategy is proposed which has a competitive ratio of 3.5. In a special case of this strategy — single truck scheduling, the competitive ratio of 3 is obtained. The result is better than the former outcomes.

Key words: On-line Problem; Competitive Strategy; Competitive Ratio; Truck Scheduling