局内配送车调度及其竞争算法[①]

肖 鹏, 徐寅峰, 马卫民
(西安交通大学管理学院, 陕西 西安 710049)

摘要: 经典的优化理论大多是在已知条件不变的基础上给出最优方案(即最优解),其最优性在条件发生变化时就会失去.局内问题与竞争算法则是针对特定的优化问题提出一种策略,对已知条件变化的每一个特例都能给出一个方案,使得该方案的解离最优方案的解总在一定的比例之内.针对在一个有限网络上建立了 s 个配送中心,并且有 k 辆配送车进行服务的局内配送车问题,在时间目标函数下给出了当配送中心、配送车和需求点个数变化时的3种竞争算法.

关键词: 局内配送车问题; 竞争算法; 竞争比
中图分类号: TB114.1 **文献标识码**: A **文章编号**: 1000-5781(2004)06-0572-05

Scheduling for on-line distributing-truck problem and its competitive algorithm

XIAO Peng, XU Yin-feng, MA Wei-min
(School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Most traditional optimization theories produce the optimal solutions for problems at hand on the basis that the known conditions are unchanged, while their optimality may be lost in most cases with varying of conditions. The on-line problem and the competitive algorithm try to explore a strategy which can produce a solution that is in a certain range proportional to the optimal solution for a given problem even in the worst cases. In on-line distributing-truck problem with objective function of time, assuming that there are s distributing-centers and k distributing-trucks in the network, three competitive algorithms are given when the numbers of distributing-center, distributing-truck and demand-point are varied.

Key words: on-line distributing-truck problem; competitive algorithm; competitive ratio

0 引 言

现实生活中的许多经济现象通常都具有非常强的动态特征,人们对于这些现象一般是先进行数学上的抽象,然后用静态或统计的方法加以研究和处理.从优化的理论和方法上看,经典的优化理论大多是站在旁观者的立场上看问题,即首先确定已知条件,然后在假设这些已知条件不变的基础上给出最优方案(即最优解).条件一旦发生变化,这种方法所给出的最优方案就会失去其最优性.在变化的不确定因素对所考虑的问题影响很大的时候,经典的优化方法有:一是将可变化的因素随机化,寻求平均意义上的最优方案,二是考虑可变化因素的最坏情形,寻求最坏情形达到最优的方案.这两种处理方法对变化因素的一个特例都可能给出离实际最优解相距甚远的解,这显然难以满足实际的要求.那么是否存在一种方法,它在变化因素的每一个特例中都能给出一个方

① 收稿日期: 2003-01-21; 修订日期: 2003-12-02.

案,使得这一方案所得到的解离最优方案的解总在一定的比例之内呢? 近年来兴起的局内问题与竞争算法的研究结果在一定意义上给以上问题一个肯定的答案.

配送车调度问题的实际背景是一个大型公司如何调度配送车来完成需求点所提出的一个接一个的具体需求. 对于一个大型公司,假设它在一个有限网络上建立了 s 个配送中心,并且有 k 辆配送车在这个网络上进行送货服务,每个需求均由总调度台调度配送车来完成. 考虑如下两个问题:

1) 事先给定一个要求服务的任务序列,如何调动配送车,使得相关的总时间最少?

2) 如果需求是在服务过程中一个个地接到的,这样,每一时刻只知道在此之前的任务序列与配送过程,那么如何调动配送车使服务的总时间较少呢?

配送车调度问题的优化目标是所有配送车服务的总时间最少. 问题 1) 是个局外问题,而问题 2) 是一个局内问题. 两者的不同点在于可知的需求序列是全部还是局部. 问题 1) 的最优解可以用动态规划方法求得,而问题 2) 却难以处理. 事实上,需求序列对调度方案有至关重要的影响,随着需求出现的不同,最优调度方案也随之发生变化.

局内配送车调度问题是局内 k 服务器问题的一个推广. 局内 k 服务器问题是近年来优化理论与竞争算法领域的一个热点研究项目. 在国际上已有许多这方面的研究成果[1~4]. 国内这方面的研究开展得不多,主要有堵丁柱教授的一篇介绍性文章[5] 和徐寅峰教授的两篇局内 k 出租车的文章[6,7].

1　数学模型

令 $G = (V, E)$ 为一边加权无向图,其中 V 为顶点集合, E 为边集合,对于 $u, v, w \in V$,边之间的权满足三角不等式,即 $d(u, v) + d(v, w) \geq d(u, w)$, 其中 $d(x, y)$ 表示顶点为 x, y 的边的权. 假设有 k 辆配送车在顶点 V 的一个子集合上,并且在顶点 V 上分布了 s 个配送中心(如图 1 中顶点 b_i 为配送中心). 一个需求 $r = a_i$, $a_i \in V$(其实际意义为在顶点 a_i 有一需求,即从 s 个配送中心选择一个配送中心,并调度一辆配送车将这个配送中心的货物运输到顶点 a_i. 一个需求序列 R 由一些需求按先后顺序组成,即 $R = (r_1, r_2, \cdots, r_m)$, 其中 $r = a_i$, $a_i \in V$. 局内配送车问题是要求在每一个需求出现后决定派哪一辆配送车从哪一个配送中心提货来完成这一需求,而假设对后面可能出现的需求都一无所知. 以下的所有讨论都基于如下基本假设:

i) 图 G 是连通的;

ii) 配送车行驶的速度为常数 v;

iii) 当新的需求出现时, k 辆配送车均处于闲置状态;

iv) 每次需求的货物必须由配送中心发送,并且调度一辆配送车只能满足一次需求.

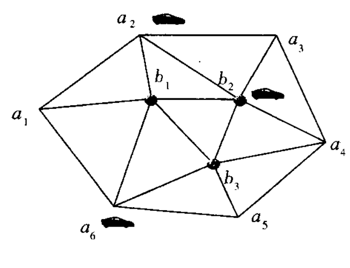

图 1　配送网络图

对于 $R = (r_1, r_2, \cdots, r_m)$, 令 $C_{\mathrm{OPT}}(R)$ 为已知需求序列 R 情况下最优调度方案完成 R 中所有需求后,配送车服务的总时间.

如果调度方案 A 对于每一个新到来的需求 r_i 可以不依赖于 r_i 以后的需求序列来进行调度,那么称 A 为局内调度方案. 对于局内调度方案 A,如果存在与需求序列 R 无关的常数 α 和 β 满足 $C_{\mathrm{A}}(R) \leq \alpha C_{\mathrm{OPT}}(R) + \beta$ 对任意可能出现的需求序列 R 都成立,则称 A 为竞争算法,其中 $C_{\mathrm{A}}(R)$ 为完成需求序列 R 后,调度方案 A 的总时间. 对于需求 $r_i = a_i$,调度一辆配送车到达 a_i 的过程称为实载;而调动这辆配送车到达某一配送中心的过程称为空载. 若对所提出的需求序列 R 无限制,那么所对应的局内 k 配送车问题为 P;假设对任一可能出现的需求 $r_i = a_i$, a_i 均是配送中心点时(即配送中心发出需求),那么所对应的局内 k 配送车问题为 P1(此情形下,所有的需求都是退化需求,问题 P1 亦称为 k 服务器问题). ;假设对任一需求 $r_i = a_i$, a_i 均不是配送中心点时,那么它对应的 k 配送车问题为 P2.

2 竞争比的几个结果

2.1 k 服务器问题

k 服务器问题作为局内 k 配送车调度问题的一个特例是在 1990 年提出的(见文献[1]). 正是关于 k 服务器问题的许多具有启发性和构造性新结果的出现,近年来在国际上关于局内问题与竞争算法的研究已成为最优化领域里一个越来越热的新方向. 由于下面局内 k 配送车调度问题的研究结果要揭示 k 服务器问题与一般 k 配送车问题之间的内在联系,这里首先介绍一个关于 k 服务器问题,即问题 P1 的一个研究结果,其证明可参见文献[1].

引理 1 局内 k 服务器问题存在竞争比为 $2k-1$ 的竞争算法[1].

2.2 局内 k 配送车调度问题 P2 的限定情形分析

对于问题 P2 有如下引理:

引理 2 令 $R=(r_1, r_2, \cdots, r_m)$ 为任一已知需求序列, $r_i = a_i$, $C_{\mathrm{OPT}}(R)$ 为完成局外需求 R 的最少时间, 对于每一个 a_i 出现, 必能找到一个距离 a_i 最近的配送中心 b_i, 令 $d(a_i, b_i)$ 为 a_i 与 b_i 之间的距离, 那么以下不等式成立

$$\frac{\sum_{i=1}^{m} d(a_i, b_i)}{v} \leq C_{\mathrm{OPT}}(R) \tag{1}$$

证明 根据假设 iv), 因为每一个需求都必须从配送中心调货到需求点, 由此可见每完成一个需求配送车行驶的距离必须大于或等于 $d(a_i, b_i)$, 则每完成一个需求配送车服务的时间必须大于或等于 $\frac{d(a_i, b_i)}{v}$, 所以式(1) 成立. 证毕.

下面讨论当配送车个数 k 不同情况下问题调度方案设计.

2.2.1 $|V| = n, k \geq s$ 之调度方案

此时可假设每个配送中心至少有一辆配送车. 若这 k 辆配送车的初始位置不是每个配送中心都至少有一辆配送车, 那么可以经过有限次移动使得每个顶点只有一辆配送车, 并且这样移动的总时间一定小于或等于常数 $\frac{s \cdot d_{\max}}{v}$ ($d_{\max} = \max d(v_i, v_j)$, $i \neq j$, $v_i, v_j \in V$), 这个常数对于竞争比的讨论没有影响[1].

对于需求序列 $R=(r_1, r_2, \cdots, r_m)$, 给出如下局内配送车服务问题的调度方案 A1. 对于当前需求 $r_i = a_i$, 容易找到离 a_i 最近的配送中心点 b_i, 由于此时 b_i 处已有配送车, 将 b_i 的配送车运货到 a_i, 然后在下一个需求出现之前将配送车调回到 b_i 点, 这样既完成了需求 r_i, 同时在每个配送中心点仍至少有一辆配送车, 完成 r_i 的时间为 $\frac{2d(a_i, b_i)}{v}$.

定理 3 调度方案 A1 的竞争比为 2.

证明 对于任一需求序列 $R=(r_1, r_2, \cdots, r_m)$, 完成 R 的任何调度方案 A, 由引理 2 知道 $\frac{\sum_{i=1}^{m} d(a_i, b_i)}{v} \leq C_{\mathrm{OPT}}(R)$. 对于方案 A1

$$C_{\mathrm{A1}}(R) = \frac{2\sum_{i=1}^{m} d(a_i, b_i)}{v} + \beta \leq 2C_{\mathrm{OPT}}(R) + \beta$$

式中: β 为在接受任务 r_1 之前使每个顶点至少有一辆配送车所需要的时间, 这一时间小于某个常数. 证毕.

2.2.2 $|V| = n, k \geq n - s$ 之调度方案

与 2.2.1 节类似的讨论, 可以在付出有限的时间后使得每个非配送中心点至少有一辆配送车, 并且这样移动的总时间一定小于或等于常数 $\frac{(n-s)d_{\max}}{v}$, 这个常数对于竞争比的讨论没有影响.

对于服务要求序列 $R=(r_1, r_2, \cdots, r_m)$, 给出如下局内配送车服务问题的调度方案 A2. 对于当前需求 $r_i = a_i$, 容易找到离 a_i 最近的配送中心点 b_i, 由于此时 a_i 处已有配送车, 将 a_i 的配送车调至配送中心 b_i, 然后将货物运送到 a_i, 这样既完成了需求 r_i, 同时在每个非配送中心点仍至少有一辆配送车, 完成 r_i 的时间为 $\frac{2d(a_i, b_i)}{v}$.

定理 4 局内调度方案 A2 的竞争比为 2.

证明 类似于定理 3 的讨论有 $\sum_{i=1}^{m} d(a_i, b_i) \leq C_{\mathrm{OPT}}(R)$, 并且

$$C_{\mathrm{A2}}(R) = \frac{2\sum_{i=1}^{m} d(a_i, b_i)}{v} + \beta \leq 2C_{\mathrm{OPT}}(R) + \beta$$

式中:β为在接受任务 r_1 之前使需求点至少有一辆配送车所需要的移动时间. 证毕.

2.2.3 $|V| = n, k < n - s, k < s$ 之调度方案

对于有限网络图 $G = (V, E)$ 可以令

$$d_{\max} = \max d(v_i, v_j)$$

$$d_{\min} = \min d(v_i, v_j), \quad i \neq j, \quad v_i, v_j \in V$$

记 $\lambda = \dfrac{d_{\max}}{d_{\min}}$,显然 $\lambda \geq 1$.

由于 $k < s$,与 2.2.1 节类似的讨论,可以在付出有限的时间后使得每个需求点上没有配送车且每个配送中心点均不会有超过一辆的配送车,并且这样移动的总时间一定小于或等于常数 $\dfrac{k \cdot d_{\max}}{v}$,这个常数对于竞争比的讨论没有影响.

对于服务要求序列 $R = (r_1, r_2, \cdots, r_m)$,给出如下局内配送车服务问题的调度方案 A3. 对于当前的服务要求 $r_i = a_i$,容易找到离 a_i 最近的配送中心点 b_i:

i) 当 b_i 处有配送车,将 b_i 的配送车运货至 a_i,然后在下一个需求出现之前将配送车调回到 b_i 点,完成 r_i 的时间为 $\dfrac{2d(a_i, b_i)}{v}$.

ii) 当 b_i 处无配送车,此时可选择离 a_i 最近的且有配送车的配送中心点(设为 c_i),将 c_i 的配送车运货至 a_i,然后在下一个需求出现之前将配送车调回到 b_i 点,此种情形下完成 r_i 的时间为 $\dfrac{d(c_i, a_i) + d(a_i, b_i)}{v}$.

定理 5　调度方案 A3 的竞争比为 $\lambda + 1$.

证明　类似于定理 3 的讨论有 $\dfrac{\sum_{i=1}^{m} d(a_i, b_i)}{v} \leq C_{\mathrm{OPT}}(R)$. 对于方案 A3 的 i) 情形,完成任一 r_i 的时间最多为 $\dfrac{d(a_i, b_i)}{v}$ 的 2 倍. 而对情形 ii),其附加距离为 $d(c_i, a_i)$. 由于 c_i 是距离 a_i 最近的有车的配送中心点,所以有 $d_{\min} \leq d(a_i, b_i) \leq d(c_i, a_i) \leq d_{\max}$. 于是完成任一 r_i 的时间最多为 $\dfrac{d(a_i, b_i)}{v}$ 的 $1 + \lambda$ 倍.

推导如下

$$C_{A3}(R) \leq \frac{\sum_{i=1}^{m} \max\{d(c_i, a_i), d(a_i, b_i)\}}{v} + \frac{\sum_{i=1}^{m} d(a_i, b_i)}{v} + \beta$$

其中,β为在接受任务 r_1 之前,使得每个需求点上没有配送车,且每个配送中心点均不会有超过一辆的配送车所需要的时间,这一时间小于某个常数. 由于 b_i 是距离 a_i 最近的配送中心点,可知

$$d_{\min} \leq d(a_i, b_i) \leq d(c_i, a_i) \leq d_{\max}$$

则

$$C_{A3}(R) \leq \frac{\sum_{i=1}^{m} d_{\max}}{v} + \frac{\sum_{i=1}^{m} d(a_i, b_i)}{v} + \beta$$

$$C_{A3}(R) \leq \left(\frac{\sum_{i=1}^{m} d_{\max}}{\sum_{i=1}^{m} d(a_i, b_i)} + 1 \right) \frac{\sum_{i=1}^{m} d(a_i, b_i)}{v} + \beta \leq \left(\frac{\sum_{i=1}^{m} d_{\max}}{\sum_{i=1}^{m} d_{\min}} + 1 \right) \frac{\sum_{i=1}^{m} d(a_i, b_i)}{v} + \beta$$

因 $\dfrac{\sum_{i=1}^{m} d(a_i, b_i)}{v} \leq C_{\mathrm{OPT}}(R)$,且 $\lambda = \dfrac{d_{\max}}{d_{\min}}$,$1 \leq \lambda$,则

$$C_{A3}(R) \leq (\lambda + 1) C_{\mathrm{OPT}}(R) + \beta$$

证毕.

3　结束语

本文所讨论的局内配送车调度问题的优化指标为配送车所服务的总时间. 对于文中所引入的问题,有许多有待进一步深入研究的理论问题.

(1) 对于局内配送车调度问题,设计其他的竞争策略,例如均衡策略,改善竞争比.

(2) 如果将局内配送车调度问题换一个角度来加以研究就更有实际意义. 例如,在考虑到配送中心与需求点的实际需要时,下面的优化指标具有非常重要的实际意义:1) 在需求序列具有一定的概率分布的情况下,如何给出一个合理的调度方案;2) 需求点的最大等待时间最小的局内调度方案,即对每一个需求 $r_i = a_i$,如何利用合理的时间先调用一辆配送车运货到达 a_i

(3) 局内竞争调度方案的研究方法给研究许多实际的局内问题提供了一种新思路. 如何将这

一方法引入到对某些经济与管理问题的研究之中,将是一个需要进一步深入展开的课题.

参考文献:

[1]Manasse M S, McGeoch L A, Sleator D D. Competitive algorithms for server problems[J]. Journal of Algorithms, 1990, (11): 208—230.

[2]David S B, Borodin A. A new measure for the study of the on-line algorithm[J]. Algorithmica, 1994, (11): 73—91.

[3]Koutsoupias E, Papadimitriou C. On the *k*-server conjecture[J]. Journal of the ACM, 1995, 42(5): 971—983.

[4]Alon N, Karp R M, Peleg D, *et al*. A graph-theoretic game and its application to the *k*-server problem[J]. SIAM J. Comput, 1995, 24(1): 78—100.

[5]堵丁柱. *k* 车服务问题与竞争算法[J]. 数学的实践与认识, 1991, (4): 36—40.

[6]徐寅峰, 王刊良. 局内出租车调度与竞争算法[J]. 西安交通大学学报, 1997, (1): 56—61.

[7]徐寅峰, 王刊良, 丁建华. 限制图上的局内出租车调度与竞争算法[J]. 系统工程学报, 1999, 14(4): 361—365.

作者简介:

肖 鹏(1979—),男,湖北孝感人,硕士生,研究方向:局内问题及其竞争算法;

徐寅峰(1962—),男,吉林人,博士,教授,博士生导师,研究方向:调度优化与组合决策;

马卫民(1971—),男,陕西宝鸡人,博士,研究方向:局内问题及其竞争算法.

(上接第 565 页)

[4]Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. Rough approximation of a preference relation by dominance relations[J]. European Journal of Operational Research, 1999, 117: 63—83.

[5]Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. A new rough set approach to multicriteria and multiattribute classification[A]. In: Polkowski L, Skowron A. Rough Sets and Current Trends in Computing[C]. Berlin: Springer, 1998. 60—67.

[6]Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. Rough sets theory for multicriteria decision analysis[J]. European Journal of Operational Research, 2001, 129: 1—47.

[7]Skowron A, Rauszer C. The discernibility matrices and functions in information table[A]. In: Slowinski R. Intelligent Decision Support: Handbook of Applications and Advances of the Rough Set Theory[C]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991. 331—362..

[8]Øhrn A. Discernibility and Rough Sets in Medicine: Tools and Applications[D]. Trondheim, Norway: Norwegian University of Science and Technology, Department of Computer and Information Science, 1999.

[9]刘发升, 杨炳儒. 一种基于粗糙集的多层次、逐步求精的发掘算法[J]. 计算机工程与应用, 1999, 35(5):11—12.

作者简介:

安利平(1971—), 男, 河北人, 博士, 博士后, 讲师, 研究方向: 数据挖掘, 运筹技术与专家系统;

陈增强(1964—), 男, 天津人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 自适应控制, 智能预测控制及其在工业过程中的应用;

袁著祉(1937—), 男, 山东人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 自适应控制, 智能控制, 计算机控制与管理.