短 文

星结构最优化系统集成①

沈凤武[1] , 朱志军[1] , 徐寅峰[1,2]
(1. 西安交通大学管理学院, 陕西 西安 710049; 2. 机械制造工程国家重点实验室, 陕西 西安 710049)

摘要: 以企业的销售服务系统和城市消防系统两个事例为背景,从最坏情形角度构造了星型结构的最优化系统集成的数学模型,并给出了求解模型的算法. 通过对模型时间复杂度的证明,得出了该算法的计算时间复杂性是输入点个数 n 的指数函数,同时提出了从最小权角度解决星型结构的最优化系统集成的另一种思想,为选址、布局及合并集成等规划管理问题提供了优化解决方法.

关键词: 星型结构; 时间复杂性; 系统集成
中图分类号: TB114.1 **文献标识码**: A **文章编号**: 1000 - 5781(2004)04 - 0394 - 04

Optimal system integration of star system

SHEN Feng-wu[1] , ZHU Zhi-jun[1] , XU Yin-feng[1,2]
(1. School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. State Key Lab for Manufacturing Systems Engineering,
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Based on the enterprise sales service system and city fire profection system, the paper constructs a mathematical model of optimal system integration of star structure and presents a corresponding algorithm. By proving the time complexity of the model, we find that the time complexity is exponential function of n (the number of the vertex). Furthermore, the paper proposes another way to solve the optimal system integration of the star system from the view of minimum weight, which provides solutions to location, merger integration et al. management problems.

Key words: star system; time complexity; system integration

0 引 言

作为一种拓扑结构,星型结构有着非常广泛的运用,但现存的这种结构尽管有其存在的合理性,却也存在着严重的不科学性. 同时也有很多系统缺乏结构化设计. 对单一集合的选址问题已经有很多成熟的研究成果,这包括一些经典的选址问题,文献[1,2]分别给出了 Voronoi 算法的时间复杂性 $O(n\log n)$ 和 $O(n)$ (n 为输入点个数),这为许多选址及结构优化问题奠定了宝贵的基础,使得结构优化问题得以向更深的领域拓进[3,4]. 在单星结构中是一个静态的结构优化,而在多星结构中却存在一个互动的状态,即单星结构最优并不一定整体结构就最优. 通常一个企业在设立它的服务中心的时候,尽管采用的是星型结构来使得中心与其所要服务的客户构成一个服务网,但他们很少系统而科学

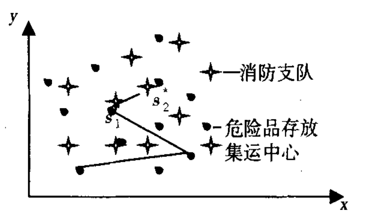
① 收稿日期: 2002 - 11 - 18; 修订日期: 2004 - 04 - 27.
基金项目: 国家自然科学基金会优秀创新研究群体基金资助项目(70121001).

地考虑整个系统的结构. 在一个企业的销售与售后服务系统中通常包括:总部、省级的销售服务中心、市级的销售服务中心、分属到各中心的客户等. 这个系统是由多层子星结构组成的,可以把总部与省级中心作为一个子星,省级中心与市级中心构成多个子星,市级中心与客户构成多个子星,而且这些子星又有层次地复合在一个集合里. 传统的销售服务系统的结构通常只考虑地理与交通条件,而今天,随着科技的进步与经济的发展及交通运输的便利,传统的销售服务系统已经暴露出其缺乏科学的结构化设计的弊端. 因为传统销售中心的选择通常是省会城市和城市的地理或经济中心,而不是基于与系统内其他元素的关系设计出来的. 本文将通过下面的模型来分析解决这一类问题.

1　模型的建立

1.1　问题描述

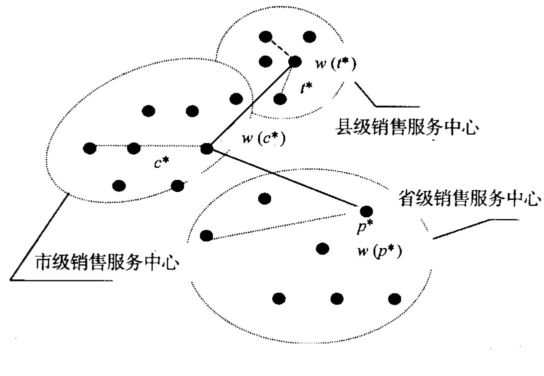
1) 在一个城市中,消防系统是由若干个分布在城市内的消防支队组成的,而危险品的存放布局,也是一个围绕某一集运中心分布在一定范围内的. 如何在现有的消防支队中选择一个消防支队作为调度指挥的消防中队,同时,恰当地选取危险品的存放集运中心,使得消防中队到危险品集运中心的距离加上消防中队到消防支队最大距离或加上危险品存放集运中心到危险品存放点的最大距离之和最小. 其平面图如图 1 所示.



S_1:消防中队; S_2:集运中心

图 1　消防中队与危险品布局图

2) 在一个企业的销售服务体系中,首先在所覆盖的各省中要选取一个省作为省级中心、在每个省的所有城市中要选取一个城市作为市级中心,同样在每个城市的所有县中也选取一个县作为县级销售服务中心,如何选取省级销售服务中心、市级销售服务中心、县级销售服务中心使得省级中心到市级中心的距离加上这对城市所对应的最远点 Voronoi 权值 $w(s_i)$,再加上市级中心到县级中心的距离和这对中心所对应的最远点 Voronoi 权值 $w(s_i)$ 之和的最大距离最小(见图 2).



t^* ——县级中心; c^* ——省级中心;

$w(t^*)$, $w(c^*)$, $w(p^*)$ 分别为各自最远点 Voronoi 权值.

图 2　销售服务网络

1.2　数学模型

针对上面的两个问题,进一步用更精确的数学语言加以描述,建立了相应的数学模型,通过对数学模型的分析,为现实的实际决策提供了理论参考.

模型 1

给定一个集合 $S = \{S_1, S_2, \cdots, S_n\}$, $S_i (i = 1, \cdots, n)$ 是集合 S 的元素,且 $S_i = \{s_{i,1}, s_{i,2}, \cdots, s_{i,m_i}\}$, $i = 1, 2, \cdots, n$. 定义该集合中任一元素的权值为该元素与其它元素之间的欧式距离的最大值, 记为 $w(s_{i,j}) = \max\limits_{s \in S_i / s_{i,j}} \{d(s, s_{i,j})\}$, 令 $w(s_{i,j^*}) = \max\limits_{s_{i,j} \in S_i} w(s_{i,j})$,定义集合 $S^* = \left\{s_{1,j^*}, s_{2,j^*}, \cdots, s_{n,j^*}\right\}$, 从中选一元素 s_{i^*,j^*} 使得

$$\min_{s_{i^*,j^*} \in S^*} \max_{s_{i,j^*} \in S_i} \left\{ d\left(s_{i^*,j^*}, s_{i,j^*}\right) + w\left(s_{i,j^*}\right) \right\}.$$

模型 2

给定 3 个集合 $T = \{t_1, t_2, \cdots, t_n\}$, $C = \{c_1, c_2, \cdots, c_m\}$ 和集合 $P = \{p_1, p_2, \cdots, p_k\}$. 在 T 中任一个元素 $t_i, i = 1, \cdots, n$, 定义 $w(t_i) = \max\limits_{t \in T / t_i} \{d(t_i, t)\}$ 为其权重,同样对于集合 $C = \{c_1, c_2, \cdots, c_m\}$ 和 $P = \{p_1, p_2, \cdots, p_k\}$ 一样定义其中点的权重,而后在 3 个集合中选取一个元素 c^*, t^*, p^* 使得 $\min\limits_{\substack{c^* \in C \\ p^* \in P}} \max\limits_{t^* \in T} \{ d(c^*, t^*) + d(p^*, c^*) +$

$w(t^*)+w(c^*)+w(p^*)\}$ 成立.

2 算法设计与时间复杂性分析

2.1 算法设计

2.1.1 模型1的求解算法

对求解 $\min_{s_{i^*,j^*}\in S^*}\max_{s_{i,j^*}\in S_i}\left\{d\left(s_{i^*,j^*},s_{i,j^*}\right)+w\left(s_{i,j^*}\right)\right\}$ 的算法设计如下:

第1步 对每个子星结构作最远点Voronoi图[5],给集合内每个点赋权 $w(s_i)$,具体如下:

1) 按 x 坐标排列 S_i 中各点,设为 $s_{i,1},s_{i,2},\cdots;s_{i,m_i}$.

2) $j\leftarrow 1$.

3) 利用 $V(s_{i,j})=\bigcap_{j\neq t}H(s_{i,j},s_{i,t})$,求点 s_{ij} 的Voronoi多边形. 这里 $H(s_{i,j},s_{i,t})$ 的含义是表示两个最近点Voronoi区域相交形成的半平面.

4) $j\leftarrow j+1$,重复步骤3),直到 $i>n$.

如果对所有的 S_i 全部赋权,则总共时间为 $O(mn)$(m 为 S_i 中元素的个数,n 为 S_i 的个数).

第2步 对任意子集 S_i 求 $\max_{s_{t,j^*}\in S^*,\, t\neq i}\left\{d\left(s_{i,j^*},s_{t,j^*}\right)+w\left(s_{i,j^*}\right)\right\}$,具体的算法:

1) 令 $d^i_{\max}=0$, d^i_* = 很大的一个数.

2) 对所有的 i,均求 $\max_{i\in[1,n],\,j\in[1,n],\,i=t}\left\{d\left(s_{i,j^*},s_{t,j^*}\right)+w\left(s_{i,j^*}\right)\right\}$,更改 d^i_*.

3) 比较所有的 d^i_*,得到 $d^i_{\max}$.

第3步 对所有的 i,比较所有的 $d^i_{\max}$,得到 $\min_{i\in[1,n]}d^i_{\max}$,亦即 $\min_{i^*\in[1,n]}\max_{j^*\in[1,m]}\left\{d\left(s_{i^*,j^*},s_{i,j^*}\right)+w\left(s_{i,j^*}\right)\right\}$ 的点 s_{i^*,j^*},于是可以得到所有的 s_{i,j^*}, s_{i^*,j^*}.

2.1.2 模型2的求解算法

对求解 $\min_{c^*\in C,\,p^*\in P}\max_{t^*\in T}\{d(c^*,t^*)+d(p^*,c^*)+w(t^*)+w(c^*)+w(p^*)\}$ 的具体算法如下:

第1步 对每个子星结构作最远点Voronoi图[1],给集合内每个点赋权 $w(t_i)$, $w(c_j)$, $w(p_l)$,但本文所举之例(模型2)的 p^*,即省级中心往往指的是企业的总部或厂址,是确定的. 具体步骤同模型1第1步.

第2步 和模型1不同的是,在模型2中,分析其他集合时,不再会固定前面集合单星. 具体来说:这里 T 代表县级销售服务网点集, C 代表市级销售服务网点集.

1) 令 $d^t_{\max}=0$, d^t_* = 很大的一个数.

2) 对 C, T 和 P 中所有的 c_j, t_i 和 p_l 求

$$d_{ijl}=d(c_j,t_i)+d(c_j,p_l)+w(t_i)+w(c_j)+w(p_l),\quad d^i_{\max}=\max_{j\in[1,m],\,l\in[1,k]}d_{ijl}$$

第3步 比较所有的 $d^i_{\max}$,求出 $\min_{i\in[1,n]}d^i_{\max}$,亦即 $\min_{c^*\in C,\,p^*\in P}\max_{t^*\in T}\{d(c^*,t^*)+d(p^*,c^*)+w(p^*)+w(c^*)+w(t^*)\}$.

2.2 计算复杂性分析

定理1 如果 $|S_1|=n$, $|S_2|=m$,那么,问题 $\min_{s_{i^*,j^*}\in S^*}\max_{s_{i,j^*}\in S_i}\left\{d\left(s_{i^*,j^*},s_{i,j^*}\right)+w\left(s_{i,j^*}\right)\right\}$ 在 $O(nm)$ 时间内可得.

证明 对点集 S_1 和点集 S_2 分别作最远点Voronoi图,其时间复杂性为 $O(n)$[1]. 假设 S_i 中任意一点为 s_{i^*,j^*},可以知道把 S_1 中所有点都假设为 s_{1,j^*},以 S_2 中的一个点为假设 s_{i^*,j^*},那么,求得 $\max_{s_{2^*,j^*}\in S_2,\, s_{1,j^*}\in S_1}\left\{d\left(s_{2^*,j^*},s_{1,j^*}\right)+w\left(s_{1,j^*}\right)\right\}$ 的时间复杂性为 $O(n)$[1],由于 $|S_2|=m$,所以需要作 m 次比较,故整体时间复杂性为 $O(nm)$,反过来,把 S_1 中的点作为假设 s_{1^*,j^*} 来重复这一过程,整体时间复杂性仍为 $O(nm)$.

由这个定理可以很容易得出上述问题的计算时间复杂性.

1) 模型1算法的计算时间复杂性

第1步 对子集 S_i 作最远点Voronoi图的计算时间复杂性为 $O(m)$[1],于是对所有子集的计算时间复杂度为 $O(mn)$.

第2步 对所有求 $d^i_{\max}$ 的整个计算过程的整体时间复杂性为 $O(n)$.

第3步 比较的时间复杂性是 $O(n)$.

问题的整体计算时间复杂性为 $O(nm)$.

2) 模型2算法的计算时间复杂性

第 1 步　对子集 T 作最远点 Voronoi 图的计算时间复杂性为 $O(m)$[1], 于是对所有子集的计算时间复杂度为 $O(m\alpha(m, n, k))$.

第 2 步　内外三层循环的计算时间复杂性分别为 $O(k)$, $O(m)$, $O(n)$. 完成整个循环的整体时间复杂性为 $O(mnk)$.

第 3 步　比较的时间复杂性为 $O(n)$.

故该算法的计算时间复杂性为 $O(mnk)$.

推论　对集合 $S = \{S_1, S_2, \cdots, S_k\}$, 如果 $|S_1| = n_1, |S_2| = n_2, \cdots, |S_n| = n_k$, 那么, 求解 $\min\limits_{s_{i^*, j^*} \in S^*} \max\limits_{s_{i,j^*} \in S_i} \left\{ d\left(s_{i^*, j^*}, s_{i,j^*}\right) + w\left(s_{i,j^*}\right) \right\}$ 在 $O\left(\prod_{i=1}^{k} n_i\right)$ 时间内可得.

3　结论

本文以现实中的两类问题为背景, 在欧氏空间内分析了具有星型结构特性的系统, 给出了星型结构最优化系统集成的算法及算法的计算时间复杂性. 本文从最坏情况最好的角度, 构造了星型结构的最优化系统集成. 同时一个同步研究是从最小权和的角度解决星型结构的最优化系统集成. 本文在研究中紧紧地围绕着文献[1,2,6]的观点, 构造了星型结构的最优化系统集成的数学模型, 并给出了求解的算法和该算法的计算时间复杂性 $O\left(\prod_{i=1}^{k} n_i\right)$.

参考文献:

[1] Megiddo N. Linear-time algorithms for linear programming in R^3 and related problems[J]. SIAM J. Comput., 1983, 12(4): 759—776.

[2] Megiddo N. Linear-time algorithms for linear programming in R^3 and related problems Voronoi diagrams—a survey of a fundamental geometric data structure[J]. ACM Computing Surveys, 1991, 23: 345—406.

[3] Hochbaum D S, Pathria A. Generalized p-center problems: Complexity results and approximation algorithms[J]. European Journal of Operational Research, 1997, 100(3): 594—607.

[4] Suzuki A, Drezner Z. The p-center location problem in an area[J]. Location Science, 1996, 4(1-2): 69—82.

[5] Hochbaum D S. Approximation Algorithms for NP-Hard Problem[M]. Washington: An International Thomson Publishing Company, 1997. 478—492.

[6] 沈风武, 王刊良. 平面点集上极小极大值单选址问题[J]. 西北大学学报, 2001, (5): 53—57.

作者简介:

沈风武(1968—), 男, 辽宁人, 博士, 研究方向: 平面选址及并购后的优化集成;

朱志军(1977—), 男, 湖北襄樊人, 博士生, 研究方向: 在线策略及其在金融管理中的应用;

徐寅峰(1962—), 男, 吉林人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 调度算法及组合优化.