

堵塞点可恢复型在线运输车辆的调度策略研究

胡茂林^{1,2}, 徐寅峰², 徐维军³

(1. 宁夏师范学院数学系, 宁夏 固原 756000; 2. 西安交通大学管理学院, 陕西 西安 710049;
3. 华南理工大学工商管理学院, 广东 广州 510641)

摘要: 针对现实物流配送中所遇到的无法预测的突发性线路堵塞问题, 以在线车辆行驶的时间最短为优化目标, 用竞争分析的方法研究了堵塞点可恢复型在线车辆的调度策略. 充分地考虑到堵塞点的动态特征, 分别介绍了在线运输车辆调度的贪婪策略、复位策略和等待策略等方案, 并系统分析了这三种基本策略在竞争性能上的利弊, 给出了选择策略及其算法模型. 通过对选择策略的竞争比和竞争性能的分析, 结果表明选择策略实现了对在线运输车辆的优化调度.

关键词: 在线问题; 贪婪策略; 复位策略; 等待策略; 选择策略; 竞争比; 竞争性能

中图分类号: TB114.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 5781(2006)05 - 0484 - 06

Study on the scheduling strategies for online vehicle with the recoverable congested vertices

HU Mao-lin^{1,2}, XU Yin-feng², XU Wei-jun³

(1. Department of Mathematics, Ningxia Normal University, Guyuan 756000, China;
2. School of Management, Xianjiaotong University, Xi 'an 710049, China;
3. School of Management, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract: Concerning about the problem of the unforeseen congested vertices in the actual transportation of materials, the paper, using a method of competitive analysis, studies the scheduling strategies for online vehicle with the recoverable congested vertices to realize the aim of a less minimum-time for the online vehicle traveling. Taking into account the dynamic matters of the congested vertices, we introduce the three strategies of the greedy strategy, reposition strategy and waiting strategy respectively, systematically introduce the advantages and disadvantages of the three strategies on their competitive performances, and then give the selection strategy and its algorithmic model. Through analyzing the competitive ratio and competitive performance of the selection strategy, the results clearly show that the selection strategy realleges the optimization scheduling of online vehicle well.

Key words: online problem; greedy strategy; reposition strategy; waiting strategy; selection strategy; competitive ratio; competitive performance

0 引 言

随着经济的发展, 人口的不断增加, 车辆越来越

越多, 现有运输网络的负荷量愈来愈大; 现代工业的飞速发展, 使自然环境日益恶化, 洪水、泥石流和山体滑坡等自然灾害已屡见不鲜. 运输网络的

超负荷运行和频繁的自然灾害常常会引起交通事故,道路塌方等突发性交通堵塞现象.因此,对于突发性交通堵塞问题,研究如何科学地调度运输车辆,最大限度地降低运输成本,缩短运输时间,具有一定的理论意义和现实意义.

关于突发性交通堵塞问题,朱志军等^[1]具体地考虑了一个物流公司在一个已知的交通网络图上用货车把货物从初始点 O (origin) 运送到目的点 D (destination) 所花的费用问题.他们以运输车辆花费的费用最少为优化目标,用竞争分析^[2~8]的方法研究了堵塞点不可恢复型的在线车辆的调度策略,分别给出了贪婪策略和复位策略竞争算法.

本文在文献[1]所述问题和策略的基础上以在线车辆行驶的时间最短为优化目标,同样用竞争分析的方法考虑堵塞点可恢复型的在线车辆的调度策略.

1 数学模型

本文所有讨论都在一个已知连通的赋权无向平面有限图 $G = (V, E)$ 上进行,其中 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 为图 G 的所有顶点的集合, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 为图的所有边的集合.为了讨论方便,还给出如下的一些基本记号,假设和概念.

1) 对于任一条边 $e_l = v_i v_j \in E$, 它的权重 $T(v_i v_j)$ 表示运输车辆沿着路径 $v_i v_j$ 从 v_i 行驶到 v_j 所用的时间,并且权重满足对称性 $T(v_i v_j) = T(v_j v_i)$.

2) 当要考虑一项从顶点 v_i 到 v_j 的运输任务时,把 v_i 记为 O ,把 v_j 记为 D .

3) 假定运输车辆从初始点 O 出发到目的点 D 无论选择什么样的行驶路线,一路上都会遇到 k ($k > 0$) 个堵塞点,堵塞点可能发生在图 G 的顶点上也可能发生在边上,并假定这 k 个堵塞点依次为序列 (r_1, r_2, \dots, r_k) ,简记为 R_k ,它的前 i 项构成的子序列 (r_1, r_2, \dots, r_i) ($0 \leq i \leq k$) 记为 R_i , R_0 表示车辆没有遇到堵塞点.

4) 如果当车辆行驶到图上的某点 v_p 时遇到了第 i ($i \geq 1$) 个堵塞点 r_i ,就另记 v_p 为 O_i ;如果当车辆行驶到图的某条边 e_q 上的某个位置时遇到了第

i 个堵塞点 r_i ,就记边 e_q 上的这个位置为 O_i 点.

5) 每个堵塞点的恢复时间记为 $t(r_i)$, $i = 1, 2, \dots, k$, 所有堵塞点恢复时间的总和为 $T(R_k) = \sum_{i=1}^k t(r_i)$,记作 $T(R_k) = (t(r_1), t(r_2), \dots, t(r_k))$,称为堵塞恢复时间序列,堵塞点恢复后,在车辆完成运输任务之前不会再次被堵塞.

6) 在图 G 中去掉堵塞点所在的结点后得到的图 G 仍是连通的.

7) 用 $T_{\text{opt}}(OD | R_i)$ ($0 \leq i \leq k$) 表示在事先已知 r_1, r_2, \dots, r_i 点会发生堵塞的情况下,车辆不等待堵塞点恢复而是在图 G 上选择最优路径绕道而行,最终把货物从初始点 O 运送到目的点 D 所花费的最短时间,当 $i = 0$ 时简记为 $T_{\text{opt}}(OD)$.

8) 如果当运输车走到点 O_i ($1 \leq i \leq k$) 后,发现前方的点 r_i 发生堵塞然后不等待其恢复而是重新选择路径绕道而行,用 $T_{\text{opt}}(O_i D | R_i)$ 表示在事先已知 r_1, r_2, \dots, r_i 点会发生堵车的情况下在图 G 上把货物从点 O_i 运送到目的点 D 所花费的最短时间.

9) 用 $CT_{\text{ALG}}(OD | R_i)$ ($1 \leq i \leq k$) 表示在算法 ALG 下运输车在行进的过程中会遇到 r_1, r_2, \dots, r_i 发生堵塞的情况下最终将货物从 O 点运输到 D 点所花费的运输时间.

10) 假定 $T_{\text{opt}}(OD) + T(R_k) > T_{\text{opt}}(OD | R_k)$, 因为若 $T_{\text{opt}}(OD) + T(R_k) \leq T_{\text{opt}}(OD | R_k)$, 则当运输车每次遇到堵塞点时只需等待其恢复后继续行驶,便可在最短时间内到达目的点 D .

由以上约定,下面的引理 1 是熟知的:

引理 1 $T_{\text{opt}}(OD) \leq T_{\text{opt}}(OD | R_1) \leq T_{\text{opt}}(OD | R_2) \leq \dots \leq T_{\text{opt}}(OD | R_k)$

2 基本策略分析

贪婪策略 不管将来的堵塞点序列如何,在现有的已知条件下求出此时的最短路径,然后调度车辆沿此路径行进^[11].

引理 2 设算法 A 是基于贪婪策略的一种算法,则算法 A 对于堵塞点序列为 $R_k = (r_1, r_2, \dots, r_k)$ 的在线车辆选线问题的竞争比为 $2^{k+1} - 1$ ^[11].

引理 2 表明,按这一算法在最坏情况下 1 辆运

输车完成 1 个从初始点到目的点的运输任务花费的时间竟可能高达此离线问题所花费的时间的 $2^{k+1} - 1$ 倍,在此情况下,这一策略显然不可取.但是若在每次遇到堵塞点时所选择的最优路径的用时都“比较短”,则应用这一策略是十分经济的.当然在通常情况下,就所有堵塞点而言,所选择的最优路径中,既有用时“比较少”的路径(好路径),也有用时“比较多”的路径(坏路径).自然,沿着“好路径”行进是比较经济的,沿着“坏路径”行进用时是相当多的.这一策略正是所谓“弃之可惜,用之则风险太大”.因此,这一策略的竞争性能是积极的但是有风险的.

复位策略 在车辆每次遇到堵塞点后,先回到起初点,然后重新选择在此情况下的最优路径.^[1]

引理 3 设算法 B 是基于复位策略的一种算法,则算法 B 对于堵塞点序列为 $R_k = (r_1, r_2, \dots, r_k)$ 的在线车辆选线问题的竞争比为 $2k + 1$ ^[1].

引理 3 表明,按照复位策略,1 辆运输车完成 1 个从起初点到目的点的运输任务所花费的时间可以达到此离线问题所花费的时间的 $2k + 1$ 倍.把复位策略和贪婪策略相比较,复位策略避免了贪婪策略走“坏路径”的风险,但也错失了走“好路径”机会.可以说复位策略的竞争性能是“没有风险的但是保守的”.

等待策略 在车辆每次遇到堵塞点后,在原地等待直到堵塞点恢复后再沿原定路线继续前进.

设算法 C 就是基于等待策略的一种算法,则在线时间为 $CT_C(OD | R_k) = T_{opt}(OD) + T(R_k)$, 而该问题的离线时间为 $T_{opt}(OD | R_k)$. 由于 $\frac{CT_C(OD | R_k)}{T_{opt}(OD | R_k)} = \frac{T_{opt}(OD) + T(R_k)}{T_{opt}(OD | R_k)}$, 所以等待策略的竞争比不仅和堵塞点的个数 k 有关还与等待时间 $T(R_k)$ 有关: 当 $T(R_k)$ 很小时,竞争比就会趋于 1; 而当 $T(R_k)$ 很大时,竞争比就会很大.因此,等待策略的竞争比是随着 $T(R_k)$ 的增大而不断增大的一个无上界的量,等待策略的竞争性能是经济性和风险性并存的.

既然贪婪策略,复位策略,等待策略各有优劣,那么物流公司到底应按哪一种策略来调度运

输车辆呢?为此,先看一个简单的例子:

设在图 1 中,车辆从初始点 O 到目的点 D 不论怎样行驶,从 O 出发以后都会在途中的节点 $O_i (1 \leq i \leq 18)$ 处连续遇到 3 个堵塞点 $R_3 (r_1, r_2, r_3)$ 并且 $t(r_1) = 2, t(r_2) = 1, t(r_3) = 0.5$, 但事先并不知道会产生 3 个堵塞点,也不知道这 3 个堵塞点到底会发生在哪 3 个节点处,更不知道其恢复时间是多少.现考虑车辆如何选路行驶使所花的时间较少.

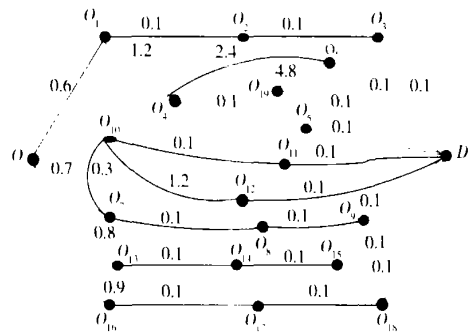


图 1 竞争性能分析图

1) 若车辆按贪婪策略选路行驶,则在沿最优路径 $O \rightarrow O_1 \rightarrow O_2 \rightarrow O_3 \rightarrow D$ 行驶到 O_1 点处遇到堵塞点 r_1 ; 在已知 r_1 的前提下,可求得 O_1 到 D 的最优路径 $O_1 \rightarrow O_4 \rightarrow O_5 \rightarrow D$, 于是车辆沿这条路径行驶,行驶到 O_4 点处遇到堵塞点 r_2 ; 在已知 r_1, r_2 的前提下,可求得 O_4 到 D 的最优路径 $O_4 \rightarrow O_6 \rightarrow D$, 于是车辆沿这条路径行驶,行驶到 O_6 点处遇到堵塞点 r_3 , 在已知 r_1, r_2, r_3 的前提下,可求得 O_6 到 D 的最优路径 $O_6 \rightarrow O_{19} \rightarrow D$, 于是车辆沿这条路径行驶直到目的点 D . 因此车辆的行驶路线为 $O \rightarrow O_1 \rightarrow O_4 \rightarrow O_6 \rightarrow O_{19} \rightarrow D$, 容易算出,车辆沿这条路径行驶花费的时间为 9.1 个单位时间.

2) 若车辆按复位策略选路行驶,则在沿最优路径 $O \rightarrow O_1 \rightarrow O_2 \rightarrow O_3 \rightarrow D$ 行驶到点 O_1 处遇到堵塞点 r_1 , 就沿 $O_1 \rightarrow O$ 返回; 在已知 r_1 的前提下,沿最优路径 $O \rightarrow O_7 \rightarrow O_8 \rightarrow O_9 \rightarrow D$ 行驶到点 O_7 处遇到堵塞点 r_2 , 就沿 $O_7 \rightarrow O$ 返回; 在已知 r_1, r_2 的前提下,沿最优路径 $O \rightarrow O_{13} \rightarrow O_{14} \rightarrow O_{15} \rightarrow D$ 行驶到点 O_{13} 处遇到堵塞点 r_3 , 就沿 $O_{13} \rightarrow O$ 返回; 在已知 r_1, r_2, r_3 的前提下,沿最优路径 $O \rightarrow O_{16} \rightarrow O_{17} \rightarrow O_{18} \rightarrow D$ 行驶直到目的点

D. 因此车辆的行驶路线为 $O \rightarrow O_1 \rightarrow O \rightarrow O_7 \rightarrow O \rightarrow O_{13} \rightarrow O \rightarrow O_{16} \rightarrow O_{17} \rightarrow O_{18} \rightarrow D$, 容易算出, 车辆沿这条路径行驶花费的时间为 5.4 个单位时间.

3) 若车辆按等待策略行驶, 则在沿最优路径 $O \rightarrow O_1 \rightarrow O_2 \rightarrow O_3 \rightarrow D$ 行驶到点 O_1 处遇到堵塞点 r_1 , 在等待 2 个单位时间后, 堵塞点 r_1 恢复, 继续沿着原路径行驶到点 O_2 处遇到堵塞点 r_2 , 在等待 1 个单位时间后, 堵塞点 r_2 恢复, 继续沿着原路径行驶到点 O_3 处遇到堵塞点 r_3 , 在等待 0.5 个单位时间后, 堵塞点 r_3 恢复, 继续沿着原路径行驶直到目的点 D . 容易算出, 车辆这样走走停停到目的点所花费的时间为 4.4 个单位时间.

4) 现在来考虑这样一种行驶方案: 当车辆从 O 出发沿着最优路径 $T(O \rightarrow O_1 \rightarrow O_2 \rightarrow O_3 \rightarrow D) = 0.9$ 行驶到 O_1 处遇到堵塞点 r_1 ; 在已知 r_1 的前提下, 可分别求得 O 到 D 的最优路径的 2 倍 $2T(O \rightarrow O_7 \rightarrow O_8 \rightarrow O_9 \rightarrow D) = 2$ 与 $T(O \rightarrow O_1 \rightarrow O_2 \rightarrow O_3 \rightarrow D) = 0.9$ 的差为 1.1, O_1 到 D 的最优路径 $T(O_1 \rightarrow O_4 \rightarrow O_5 \rightarrow D) = 1.4$ 及在 O_1 处的等待时间 $t(r_1) = 2$ 与 r_1 恢复后继续要走的路径 $T(O_1 \rightarrow O_2 \rightarrow O_3 \rightarrow D) = 0.3$ 之和 2.3, 但三者之中最小的是 $2T(O \rightarrow O_7 \rightarrow O_8 \rightarrow O_9 \rightarrow D) - T(O \rightarrow O_1 \rightarrow O_2 \rightarrow O_3 \rightarrow D) = 1.1$, 于是决定从 O_1 返回到 O 再沿 $O \rightarrow O_7 \rightarrow O_8 \rightarrow O_9 \rightarrow D$ 行驶; 当行驶到 O_7 处遇到堵塞点 r_2 , 在已知 r_1, r_2 的前提下, 可分别求得 O 到 D 的最优路径的 3 倍 $3T(O \rightarrow O_{13} \rightarrow O_{14} \rightarrow O_{15} \rightarrow D) = 3.3$ 与 $2T(O \rightarrow O_7 \rightarrow O_8 \rightarrow O_9 \rightarrow D) = 2$ 的差为 1.3, O_7 到 D 的最优路径 $T(O_7 \rightarrow O_{10} \rightarrow O_{11} \rightarrow D) = 0.5$ 及在 O_7 处的等待时间 $t(r_2) = 1$ 与 r_2 恢复后继续要走的路径 $T(O_7 \rightarrow O_8 \rightarrow O_9 \rightarrow D) = 0.3$ 之和 1.3, 但三者之中最小的是 $T(O_7 \rightarrow O_{10} \rightarrow O_{11} \rightarrow D) = 0.5$, 于是决定沿 $O_7 \rightarrow O_{10} \rightarrow O_{11} \rightarrow D$ 行驶; 当行驶到 O_{10} 处遇到堵塞点 r_3 ; 在已知 r_1, r_2, r_3 的前提下, 可分别求得 O 到 D 的最优路径的 4 倍 $4T(O \rightarrow O_{13} \rightarrow O_{14} \rightarrow O_{15} \rightarrow D) = 4.4$ 与 $3T(O \rightarrow O_{13} \rightarrow O_{14} \rightarrow O_{15} \rightarrow D) = 3.3$ 的差为 1.1, O_{10} 到 D 的最优路径 $T(O_{10} \rightarrow O_{12} \rightarrow D) = 1.3$ 及

在 O_{10} 处的等待时间 $t(r_3) = 0.5$ 与 r_3 恢复后继续要走的路径 $T(O_{10} \rightarrow O_{12} \rightarrow D) = 0.2$ 之和 0.7, 但三者之中最小的是 $t(r_3) + T(O_{10} \rightarrow O_{11} \rightarrow D) = 0.7$, 于是决定在 O_{10} 处等待 0.5 个单位时间后, 堵塞点 r_3 恢复, 继续沿着路径 $O_{10} \rightarrow O_{11} \rightarrow D$ 行驶直到目的点 D . 容易算出, 车辆这样行驶到目的点所花费的时间为 2.9 个单位时间.

通过这个例子可以看出, 正如上所述的那样: 贪婪策略的竞争性能是“积极的但是有风险的”; 复位策略虽然是“保守的但是安全的”; 等待策略的优劣直接和 $T(R_k)$ 有关; 而方案 4) 既采用了复位的方式以避免车辆走“坏路径”的风险, 又采用了贪婪的方式以把握车辆走“好路径”的机会, 还采用了等待适当的一段时间后以继续沿着最优路径行驶, 致使它在实际应用中比其它策略优越得多. 自然地, 受方案 4) 的启发, 应当以降低竞争比, 提高竞争性能为目标将贪婪策略、复位策略和等待策略有机地结合起来, 使得当车辆每次遇到堵塞点时, 能够在贪婪策略、复位策略和等待策略之间做出最佳选择, 从而为物流公司设计出一种更加经济, 可行的调度策略——选择策略.

3 选择策略及其竞争比

选择策略 当车辆在行驶过程中遇到第 i 个堵塞点 $r_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 时, 求

$$T_i = \min\{(i+1)T_{\text{opt}}(\text{OD} \mid R_i) - iT_{\text{opt}}(\text{OD} \mid R_{i-1}), T_{\text{opt}}(O_i D \mid R_i), t(r_i) + T_{\text{opt}}(O_i D \mid R_{i-1})\}$$

1) 若 $T_i = T_{\text{opt}}(O_i D \mid R_i)$, 则按贪婪策略选路行驶;

2) 若 $T_i = (i+1)T_{\text{opt}}(\text{OD} \mid R_i) - iT_{\text{opt}}(\text{OD} \mid R_{i-1})$, 则按复位策略选路行驶;

3) 若 $T_i = t(r_i) + T_{\text{opt}}(O_i D \mid R_{i-1})$, 则按等待策略选路行驶.

定理 1 设算法 D 是基于选择策略的一种算法, 则算法 D 对于堵塞点序列 $R_k = (r_1, r_2, \dots, r_k)$ 及其恢复时间 $T(R_k) = (t(r_1), t(r_2), \dots, t(r_k))$

求 T_i 时, 若 $T_{\text{opt}}(O_i D \mid R_i), (i+1)T_{\text{opt}}(\text{OD} \mid R_i) - iT_{\text{opt}}(\text{OD} \mid R_{i-1})$ 与 $t(r_i) + T_{\text{opt}}(O_i D \mid R_{i-1})$ 三者相等, 或其中两者相等, 则优先取 $t(r_i) + T_{\text{opt}}(O_i D \mid R_{i-1})$, 其次是 $T_{\text{opt}}(O_i D \mid R_i)$.

的在线车辆选线问题的竞争比为 $2k + 1$.

证明 1) 对于任意的 $i \in \{1, 2, \dots, k\}$, 都有 $T_i = T_{opt}(O_i D \mid R_i)$, 这时车辆完全按贪婪策略行驶, 总时间 $CT_D(OD \mid R_k)$ 满足

$$CT_D(OD \mid R_k) = w(OO_1) + T_{opt}(O_1 D \mid R_1) + T_{opt}(O_2 D \mid R_2) + \dots + T_{opt}(O_k D \mid R_k) + T_{opt}(OD) + (2 T_{opt}(OD \mid R_1) - T_{opt}(OD)) + (3 T_{opt}(OD \mid R_2) - 2 T_{opt}(OD \mid R_1)) + \dots + ((k + 1) T_{opt}(OD \mid R_k) - k T_{opt}(OD \mid R_{k-1})) - (k + 1) T_{opt}(OD \mid R_k)$$

2) 在最坏情况下, 对 $\forall i \in \{1, 2, \dots, k\}$, 都有 $T_i = (i + 1) T_{opt}(OD \mid R_i) - i T_{opt}(OD \mid R_{i-1})$ 这时车辆完全按复位策略行驶, 由引理 3, 总时间 $CT_D(OD \mid R_k)$ 满足

$$CT_D(OD \mid R_k) = (2k + 1) T_{opt}(OD \mid R_k)$$

3) 对于任意的 $i \in \{1, 2, \dots, k\}$, 都有 $T_i = t(r_i) + T_{opt}(O_i D \mid R_{i-1})$ 这时车辆完全按等待策略行驶, 总时间为

$$CT_D(OD \mid R_k) = T_{opt}(OD) + \sum_{i=1}^k t(r_i) + T_{opt}(OD) + \sum_{i=1}^k T_i - T_{opt}(OD) + (2 T_{opt}(OD \mid R_1) - T_{opt}(OD)) + (3 T_{opt}(OD \mid R_2) - 2 T_{opt}(OD \mid R_1)) + \dots + ((k + 1) T_{opt}(OD \mid R_k) - k T_{opt}(OD \mid R_{k-1})) - (k + 1) T_{opt}(OD \mid R_k)$$

4) 有 j 个堵塞点 $r_{i_1}, r_{i_2}, \dots, r_{i_j} (1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_j \leq k, 1 \leq j < k)$ 使得

$$T_{i_1} = (i_1 + 1) T_{opt}(OD \mid R_{i_1}) - i_1 T_{opt}(OD \mid R_{i_1-1})$$

$$T_{i_2} = (i_2 + 1) T_{opt}(OD \mid R_{i_2}) - i_2 T_{opt}(OD \mid R_{i_2-1})$$

$$\dots$$

$$T_{i_j} = (i_j + 1) T_{opt}(OD \mid R_{i_j}) - i_j T_{opt}(OD \mid R_{i_j-1})$$

分以下 4 种情况讨论:

(a) 车辆从初始点出发, 当行驶至堵塞点 r_{i_1} 前, 车辆要么按贪婪策略选路行驶要么按等待策略行驶, 由 1) 和 3), 所用时间 t_{11} 满足

$$t_{11} = CT_D(OD \mid R_{i_1-1}) + i_1 T_{opt}(OD \mid R_k)$$

这时, 由于 $T_{i_1} = (i_1 + 1) T_{opt}(OD \mid R_{i_1}) - i_1 T_{opt}(OD \mid R_{i_1-1})$, 根据选择策略, 车辆须按原路返回到初始点, 用时 $t_{12} = t_{11}$ (因为返回时在上次等待过的堵塞点处不需要再等待). 至此, 车辆行驶的时间 t_1 满足

$$t_1 = t_{11} + t_{12} = 2 i_1 T_{opt}(OD \mid R_k)$$

(b) 车辆第 2 次从起初点出发, 在车辆行驶至堵塞点 r_{i_2} 前, 要么按贪婪策略选路行驶要么按等待策略行驶, 由 1) 和 3), 所用时间 t_{21} 满足

$$t_{21} = CT_D(OD \mid R_{i_2-1}) + (i_2 - i_1) \cdot T_{opt}(OD \mid R_k)$$

这时由于 $T_{i_2} = (i_2 + 1) T_{opt}(OD \mid R_{i_2}) - i_2 T_{opt}(OD \mid R_{i_2-1})$, 根据选择策略, 车辆须按原路返回到初始点, 用时 $t_{22} = t_{21}$ (因为返回时在上次等待过的堵塞点处不需要再等待). 至此, 车辆完成第 2 次往返所用时间 t_2 满足

$$t_2 = t_{21} + t_{22} = 2(i_2 - i_1) T_{opt}(OD \mid R_k)$$

(c) 车辆第 j 次从起初点出发, 要么按贪婪策略选路行驶要么按等待策略行驶到堵塞点 r_{i_j} 前, 再按原路返回到起初点, 类似于 (b), 车辆完成第 j 次往返所用时间 t_j 满足

$$t_j = 2(i_j - i_{j-1}) T_{opt}(OD \mid R_k)$$

(d) 车辆第 $j + 1$ 次从起初点出发, 要么按贪婪策略选路行驶要么按等待策略行驶直到目的点 D , 由 1) 和 3), 车辆行驶这段路径所用时间 t_{j+1} 满足

$$t_{j+1} = (k - i_j + 1) T_{opt}(OD \mid R_k)$$

因此, 车辆自开始从起初点 O 出发, 最终行驶到目的点 D , 总用时

$$CT_D(OD \mid R_k) = \sum_{m=1}^{j+1} 2 i_m T_{opt}(OD \mid R_k) + 2(i_2 - i_1) T_{opt}(OD \mid R_k) + \dots + 2(i_j - i_{j-1}) T_{opt}(OD \mid R_k) + (k - i_j + 1) T_{opt}(OD \mid R_k) = (k + i_j + 1) T_{opt}(OD \mid R_k)$$

综合1), 2), 3), 4), 根据竞争比的定义, 可知基于选择策略的算法D对于堵塞点序列 $R_k = (r_1, r_2, \dots, r_k)$ 及恢复时间 $T(R_k) = (t(r_1), t(r_2), \dots, t(r_k))$ 的在线车辆选线问题的竞争比为 $2k + 1$.

4 结论

由以上的讨论可以看出, 虽然选择策略和复位策略有相同的竞争比 $2k + 1$, 但选择策略在竞争性能上得到了最大限度的提升: 它充分地利用了贪婪策略、复位策略和等待策略的优点, 克服了各自的不足. 在不同的情形下有不同的对策, 使得当车辆每次遇到堵塞点时, 都能在贪婪策略、复位策略

和等待策略之间做出最佳选择——选择贪婪的方式, 以充分地把握车辆走好路径的机会; 不得已选择复位的方式以避免车辆或者走坏路径或者长时间等待的风险; 选择短时间的等待, 为了继续沿着最优路径行驶, 同时也为了避免车辆走坏路径的风险, 还为了避免车辆作不必要的保守的复位. 因此选择策略是一种进退有度的策略, 是贪婪策略、复位策略和等待策略的有机结合与高度统一.

堵塞点无法预测的路径选择问题是物流配送的难题, 如何将理论结果更好地应用到实际中是一个值得深入讨论的问题. 本文就此做出了初步探讨, 当然, 讨论还有待于继续深入, 如考虑随时间变化堵塞点可恢复的情形下, 如何进行路径选择, 才能既节省费用又节省时间的研究等.

参考文献:

- [1] 朱志军, 徐寅峰. 局内车辆选线问题和竞争策略分析[J]. 系统工程学报, 2003, 18(4): 324—330.
- [2] Manasse M S, McGeoch L A, Sleator D D. Competitive algorithms for server problems[J]. Journal of Algorithms, 1990, 11(2): 208—230.
- [3] David S B, Borodin A. A new measure for the study of the online algorithm[J]. Algorithmica, 1994, 11(1): 73—91.
- [4] Koutsoupias E, Papadimitriou C. On the k -server conjecture[J]. Journal of ACM, 1995, 42(5): 971—983.
- [5] Alon N, Karp P M, Peleg D, et al. A graph theoretic game and its application to the k -server problem[J]. SIAM Journal on Computer, 1995, 24(1): 78—100.
- [6] Pinnoi A, Tung D T. Vehicle routing scheduling for waste collection in Hanoi[J]. European Journal of Operational Research, 2000, 125(3): 449—468.
- [7] Xu Y Y, Wang K L, Zhu B H. On the k -taxi problem[J]. Journal of Information, 1999, 2(4): 429—434.
- [8] 堵丁柱. k 车服务问题与竞争算法[J]. 数学的实践与认识, 1991, 4(1): 36—40.

作者简介:

胡茂林(1963—), 男, 宁夏固原人, 硕士, 宁夏师范学院数学系教授, 研究方向: 在线算法, humaolin2000@163.com;

徐寅峰(1962—), 男, 吉林长春人, 西安交通大学管理学院战略与决策研究所教授, 博士生导师, 研究方向: 运筹学与控制;

徐维军(1975—), 男, 宁夏固原人, 西安交通大学管理学博士, 华南理工大学工商管理学院博士后, 研究方向: 在线金融算法.