局内租赁问题的风险补偿模型及其竞争分析①

朱志军[1]，徐寅峰[1,2]，徐维军[1]
(1. 西安交通大学管理学院，西安 710049；2. 机械制造工程国家重点实验室，西安 710049)

摘要：将风险的概念引入局内租赁问题中，建立了该问题的风险补偿模型，并对存在和不存在利率情况下的局内租赁问题作了分析. 和局内问题中传统的竞争比分析不同的是，竞争比分析只反映局内策略与基准算法(局外最优算法)的相对绩效，但这往往忽略了很多的有用信息，且分析模型很不灵活. 然而在风险补偿模型中，投资者可以控制风险，根据自己不同的风险容忍度和未来预期选择最优的租赁策略.

关键词：租赁；局内算法；竞争分析；风险补偿模型
中图分类号：C931；F830　　文献标识码：A　　文章编号：1007 - 9807(2004)03 - 0064 - 05

0　引　言

局内问题是只知道局部信息而需要对全局做出决策的那一类问题. 在局内问题中，输入总是逐步获知的. 局内问题和竞争策略的研究始于 Sleator 和 Tarjan[1]的工作. 1985 年，Sleator 和 Tarjan[1]发表了"Amortized Efficiency of List Update and Paging Rules"一文，以计算机列表的更新和存储管理为应用背景，但是解决问题的思路和方法可以应用于企业的仓储管理. 由于金融、经济管理问题本质的局内特性——未来的不可预知和不确定性，El-Yaniv，Fiat 等[2]对局内外汇兑换问题进行了研究，建立了相应模型并提出了基于风险的兑换策略. Cover[3]将局内问题的思想引入投资组合选择，给出了收益显著多于 BAH 的局内选择策略. 1997 年，徐寅峰等[4]基于著名的 k - 服务器问题，提出并较好地利用竞争策略解决了局内 k - 出租车调度问题.

由于局内人只知道以前和当前信息，传统的最坏情形分析法分析局内算法不适用. 竞争比分析[1]对局内算法和基准算法(局外最优算法)比较讨论局内算法的效率. 概率分析在假设输入服从某一分布的基础上比较局内算法的期望效果. 竞争比分析现在受到学者越来越多的批评，认为其过于保守，在模型中假定局内算法对未来信息一无所知，而相比较的基准算法却知道所有信息，因此竞争比结果往往很差. 概率分析又往往对未来的假设太强(虽然统计对手策略(statistical adversary)[5]对弱化前提假设做了一些改进)，而现实中情况往往比较复杂，很难满足一个简单的假设 al-Binali[6]将两种方法综合，提出了风险补偿概念，建立了最初的补偿模型，先运用保守方法找到"近似最优"算法集合，然后从中通过做出一些预期找到此情况下的最优算法. 本文首先对存在和不存在利率情况下的局内租赁问题展开了分析，尔后在最初风险 - 收益模型的基础上，将局内租赁问题应用到该模型中，对原有模型作了改进，扩展预期到两个方向(大于和小于 k)情况，并对此两种情况进行了分析和讨论.

1　风险补偿的数学模型

1.1　竞争比分析

局内问题中，输入总是逐步获知的. 对于每个输

① 收稿日期：2002 - 11 - 08；修订日期：2004 - 03 - 25.
基金项目：国家自然科学基金委员会优秀创新群体资助项目(70121001)；国家自然科学基金资助项目(10371094).
作者简介：朱志军(1977—)，男，湖北襄樊人，博士生.

入,局内算法在不知道后继信息的情况下需要给出输出,即在得到 t 步输入后,需要给出 t 步的输出. 因为决策是在不知道整个输入的情况下做出的,因此局内算法往往得不到最优解. 考虑一个最小化费用问题 T,输入集合为 I^*,输出集合 $G(I)$ 和费用方程为 C;对于每个输入 $I \in I^*$ 和输出 $O \in G(I)$,对应的费用为 $C(I,O) \in \mathfrak{R}$. 把问题 T 的算法记为 ALG, $ALG[I]$ 是对于给定输入 I 该算法得到的可行输出,产生的费用记为 $ALG[I] = C(I, ALG[I])$. 通常来说,对于一个局内问题 T,输入集合 $I = i_1, i_2, \cdots, i_n$ 和输出集合 $O = o_1, o_2, \cdots, o_n$ 都是有限序列,在下一个输入到来之前,局内算法在知道 j 时期的输入 i_j 时需要给出 j 时期输出 o_j. 对输入 I,局外最优算法是指在事先知道输入 I 的情况下该问题的最优算法,其费用可以表示为 $OPT(I) = \min_{O \in G(I)} C(I,O)$. 如果存在与输入 I 无关的常数 α 和 c 满足

$$ALG(I) \le c \cdot OPT(I) + \alpha \tag{1}$$

称局内算法 ALG 是 c - 竞争比(或竞争比为 c). 如果 $\alpha = 0$,算法 ALG 是严格的 c - 竞争比. 符合上式的最小 c 值称为算法 ALG 的竞争比[7]. 即对任意的输入竞争比为 c 的算法均能保证费用不会超过最优费用的 c 倍.

从定义可以看出竞争比是对输入情况的一种最坏情形分析,因此通常可以方便地把局内问题看成两人(零和) 博弈[8],一方是局内决策者,另一方是对手策略. 在此博弈中局内人首先选择局内算法且告知对手策略,然后对手策略选择合适输入. 对手策略的收益就是费用比值,即最优局外费用和局内费用的比值. 对手策略的目标是选择合适的输入使得费用比值尽可能大;而局内决策者恰恰相反,它的目标是选择最优的局内算法使得费用比值尽可能小.

在金融交易中竞争比分析很受欢迎[9],一个重要的原因就是不需要构造概率模型. 对于很多的经济金融问题,存在着很强的动态特征,变量之间的关系往往非常复杂,很难构造出一个合适的概率分布. 另外竞争比分析是算法绩效的一个相对比值. 在很多情况下,金融机构除了最大化它们的效用外,更看重和竞争对手的业绩比较,如在金融证券中的 Keeping Up with Joneses 函数[10].

1.2　租赁问题

租赁问题[11] 是经济学一个基础的局内决策问题. 它假设局内人需要使用某种仪器(例如汽车,仪器等),但并不清楚知道自己到底会用多长时间,只有在每个阶段开始时才能决定是继续用还是不用. 因此他有两种解决方法:一是付费用 c 每天租赁;另一种就是花更高的价钱 P 将其买下来. 一旦局内人买下了仪器,就不必再付租赁费用. 因为只有在每个阶段初才知道以后还需不需要这个仪器,所以决定什么时候租用,什么时候购买是问题的关键. 定义问题的竞争比为局内决策的花费和最优局外策略花费的比值,则问题的目标是决定什么时候租赁和购买来使得竞争比最小,即设计局内策略使局内决策者的花费尽可能少[11].

1.3　风险补偿模型

MacCrimmon 和 Wehrung 中给出了一个研究风险的基础模型[12],模型中有两种行为:得到确定结果的无风险行为;有可能产生收益或损失的风险行为,且风险行为产生的结果是不确定的. 选择的行为就是进行投资的方案,结果就是得到的竞争比. 传统的竞争比分析不给投资者选择的权利,始终选择无风险的行为来得到最优竞争比. 在风险补偿模型中投资者可以对风险和无风险行为进行自由选择,根据预期成功后最大化风险补偿的原则选择此模型下最优的局内算法.

本文中定义算法 ALG 的风险为其竞争比和最优竞争比的比值,比值反映了算法 ALG 对最优算法的最大机会成本. 事实上,风险补偿模型是竞争比分析的一个扩展. 如果在风险补偿模型中只能接受风险为 1 的局内算法,那就变成了传统的竞争比分析.

预期是对未来市场发展的一个预测. 预期是所有可能输入的一个子集,它只包含未来可能产生的一部分信息(例如预期在随后的 30 天内股价会增长 $5),不对未来输入作概率模型假设. 事实上预期在竞争比分析中并不是一个新概念, Borodin *et al*.[13] 介绍换页问题中的邻接图就抓住了需求页位置这一特点,这同样是预期的一个特殊形式;Raghavan 提出的统计对手也是对未来的一种预期,只不过这种预期需要符合我们的统计假设(如对手策略的输入需要符合给定的均值和方差).

模型的另外一部分是补偿函数. 定义在预期

成功时算法的竞争比为算法的约束比率;补偿就是最优竞争比和约束比率的比值(即衡量在预期成功时算法的改进比率).

定义了以上变量后,投资者就可以进行灵活的投资方案了.首先投资者给出一个最大的可接受风险水平和预期,尔后可以从不超过投资者可接受的风险水平的算法中找出在预期成功后补偿最大的算法.

令 $C_A(I)$ 表示问题 T 在输入 I 情况下的局内算法 A 的花费,局外算法 OPT 的花费用 $C_{OPT}(I)$ 表示,于是对于问题 T 算法 A 的竞争比可以表示为 $r_A = \sup_{I \in I} \frac{C_{OPT}(I)}{C_A(I)}$,问题 T 的最优竞争比为 $r^* = \inf_A r_A$.

令 r_A 为算法 A 的竞争比,则算法 A 的风险为 r_A / r^*.从投资者来看,这个风险比值反映了算法 A 对最优竞争算法的最大机会成本.令 t 表示投资者最大的风险容忍度($t \geq 1$,t 越大表明投资者越风险偏好),则可以用 $I_t = \{A \mid r_A \leq tr^*\}$ 表示在投资者风险容忍度 t 内的局内算法集合.

预期是问题输入的一个子集,令预期 $F \in I^*$.算法 A 在某些约束条件下的竞争比结果称为其约束竞争比,如果令 r_A' 表示预期成功算法 A 的约束竞争比,则有

$$r_A' = \sup_{F \in I} \frac{C_{OPT}(F)}{C_A(F)}$$

对于算法 A 预期成功时的补偿收益定义为 f_A,且 $f_A = r^* / r_A'$.

因此给定问题 T、输入集合 I^*,预期 $F \in I^*$ 和风险容忍度 t,最优的风险 - 容忍算法 $A^* \in I_t$ 为 $f_{A^*} = \sup_{A \in I_t} f_A$.根据对 f_A 的分析不难有 $1 \leq f_{A^*} \leq r^*$.

2 风险补偿模型下的租赁问题

租赁问题在计算机科学中又称为雪橇租赁问题,许多学者从竞争比方面对其进行了详尽的研究.如果令每天的租金为 c,购买价格为 P,且 $P = kc$,k 是大于 1 的整数,考虑如下策略:即开始先一直租用,如果租用超过 $k - 1$ 天,则考虑进行购买.事实上这是此问题的最优策略且有以下定理成立:

定理 1 雪橇租赁问题的最优竞争比为 $2 - 1/k$

证明 令 A(s) 表示策略先租用 $s - 1$ 天,然后购买.根据 s 和 k 的不同关系,分析如下:

1) $s < k$ 在此种情况下,因为事先知道局内决策者只会租用 s 天,所以局外策略的花费为 $C_{OPT} = \min(sc, P) = sc$;相反,因为局内策略租用 $s - 1$ 天,然后购买,所以其花费为 $(s - 1)c + P$.此时竞争比可以表示为 $((s - 1)c + P)/sc = 1 + (k - 1)s \geq 2$.

2) $s \geq k$ 同样根据上面的分析,局外最优策略会在一开始就购买,$C_{OPT} = \min(sc, P) = P$;而相应的局内策略的花费为 $(s - 1)c + P$.竞争比为 $((s - 1)c + P)/P = 1 + (s - 1)/k \geq 2 - 1/k$.

根据上面两种情况,不难看出,只有当 $s = k$ 时,才能够得到最优的竞争比 $2 - 1/k$. 证毕.

对于上面问题,如果会滑多于或少于 k 天,这种情况分两种预期:一是预期滑的天数少于 k 天;另一个是预期多于 k 天.令 j 表示预期的天数,分析如下:

预期 1 $j < k$ 这种情况下,传统竞争比分析中的租用 $k - 1$ 天的策略仍然是最优算法.对于任何 $t \geq 1$,此局内算法总在集合 I_t 中.因为如果预期成功,不会比局外的最优算法花费更多,所以该算法的约束竞争比为 $r_A' = 1$.于是,此情况下最大可能的补偿收益为 $f_A = r^* / r_A' = 2 - 1/k$

预期 2 $j \geq k$ 考虑风险度为 t,此情况下最优的风险容忍算法为租用 $s = \lceil k / [(2 - 1/k) \cdot t - 1] \rceil$,然后购买.假设算法 A 是租用 s 天,然后购买,根据竞争比的定义,有算法 A 的竞争比为 $r_A = (sc + P)/\min(sc, P)$ 因为风险度为 t,所以考虑的算法集合为 $I_t = \{A \mid r_A \leq (2 - 1/k)t\}$,具体可以得到

1) 如果 $sc < P$,则

$(sc + P)/\min(sc, P) \leq (2 - 1/k)t \Rightarrow 1 + k/s \leq (2 - 1/k)t \Rightarrow s \geq k/[(2 - 1/k)t - 1]$

2) 如果 $sc \geq P$,则

$(sc + P)/\min(sc, P) \leq (2 - 1/k)t \Rightarrow 1 + s/k \leq (2 - 1/k)t \Rightarrow s \leq k \cdot [(2 - 1/k)t - 1]$

因为当预期成功时最优局外算法是从第 1 天

就买下雪橇,所以算法 A 的约束竞争比是 $r_A' = (rc+P)/P$. 因为 r_A'越小越好,根据算法集合和上面两个等式,当 $s=\lceil k/[(2-1/k)t-1]\rceil$,符合约束条件且使 r_A'最小,最优的约束竞争比为

$$r_A' = \frac{sc+P}{P} = 1+\frac{1}{k}\left\lceil\frac{k}{(2-1/k)t-1}\right\rceil \approx 1+\frac{1}{(2-1/k)t-1}$$

最优的补偿收益为

$$f_A = r^*/r_A' = \left(2-\frac{1}{k}\right)\Big/\left(1+\frac{1}{(2-1/k)t-1}\right) = [(2-1/k)t-1]/t = 2-\frac{1}{k}-\frac{1}{t}$$

注意到随着 $t\to\infty$时,补偿收益 f_A 越来越趋近最大值 $r^*=2-1/k$. 即随着风险容忍度越来越大,约束竞争比越来越小,直至最优的可能竞争比 1.

3　存在利率下的租赁问题

通常因为利率的存在,货币有了时间价值. 如果 i 为市场上的名义利率,不失一般性,假定 $P < c\cdot\frac{i+1}{i}$. 这是一个合理的假设,因为买下仪器的成本应该比一直租用仪器的成本现值要小,即 $\sum_{j=0}^{\infty}(c/(1+i)^j) > P$. 否则,局内算法会一直租用而不去购买,因为这样的竞争比最小为 1[11]. 如果令 $\beta=1/(1+i)$,并且 n^* 是使 $\sum_{j=0}^{n-1}(c/(1+i)^j)=P$ 成立的 n, 即 $n^* = \frac{\ln(1-k(1-\beta))}{\ln\beta} = \frac{\ln(1-k(i/(1+i)))}{\ln(1/(1+i))}$, $k=P/c$, 则有如下定理成立.

定理 2　当 $i>0$,最优的竞争比为 $r^*=1+\frac{1}{\beta}\left(1-\frac{1}{k}\right)(1-k(1-\beta))$,且最优局内算法 S^* 为

·如果 $n\le n^*-1$,一直租用;

·否则,租用 n^*-1 天,然后考虑购买.

具体证明参考文献[11].

依照前面的分析,考虑两种情况:一种是滑的天数少于 n^*;另外一种是多于 n^* 天. 在风险补偿模型中如何运用预期来找到约束竞争比最小的局内算法,令 j 表示预期滑的天数,注意到 $c\frac{1-\beta^{n^*}}{1-\beta}=P$, $\beta=\frac{1}{1+i}$, $r^*=1+\frac{1}{\beta}\left(1-\frac{1}{k}\right)(1-k(1-\beta))$.

预期 1　$j<n^*$　在这种情况下,局内算法 S^* 租用 n^*-1 天,然后考虑购买的策略仍然是最优算法. 对于任何 $t\ge 1$,此局内算法总在集合 I_t 中. 因为如果预期成功,我们不会比局外的最优算法花费更多,所以该算法的约束竞争比为 $r_A'=1$. 于是此情况下的最大可能的补偿收益为 $f_A = r^*/r_A' = 1+\frac{1}{\beta}\left(1-\frac{1}{k}\right)(1-k(1-\beta))$.

预期 2　$j\ge n^*$　假设算法 A 是租用 s 天,然后购买. 根据竞争比的定义,算法 A 的竞争比为 $r_A=\left(c\frac{1-\beta^s}{1-\beta}+P\beta^s\right)\Big/\min\left(c\frac{1-\beta^s}{1-\beta},P\right)$ 风险度为 t,所以考虑的算法集合为 $I_t=\{A\mid r_A\le tr^*\}$,具体可得到

1) 如果 $c\frac{1-\beta^s}{1-\beta}<P$,则

$$\left(c\frac{1-\beta^s}{1-\beta}+P\beta^s\right)\Big/\min\left(c\frac{1-\beta^s}{1-\beta},P\right)\le tr^* \Rightarrow 1+k\frac{(1-\beta)\beta^s}{1-\beta^s}\le tr^* \Rightarrow \frac{1-\beta^s}{1-\beta}\ge \frac{1}{\frac{1}{k}(tr^*-1)+1-\beta}\Rightarrow \beta^s\le \frac{(tr^*-1)}{(tr^*-1)+k(1-\beta)}\Rightarrow s\ge \frac{\ln(tr^*-1)-\ln((tr^*-1)+k(1-\beta))}{\ln\beta}$$

2) 如果 $c\frac{1-\beta^s}{1-\beta}\ge P$,则

$$\left(c\frac{1-\beta^s}{1-\beta}+P\beta^s\right)\Big/\min\left(c\frac{1-\beta^s}{1-\beta},P\right)\le tr^* \Rightarrow \frac{1}{k}\frac{1-\beta^s}{1-\beta}+\beta^s\le tr^*\Rightarrow\left(1-\frac{1}{k(1-\beta)}\right)\beta^s\le tr^*-\frac{1}{k(1-\beta)}\Rightarrow\beta^s\ge 1+\frac{k(tr^*-1)(1-\beta)}{k(1-\beta)-1}\Rightarrow s\le\frac{\ln\left(1+\frac{k(tr^*-1)(1-\beta)}{k(1-\beta)-1}\right)}{\ln\beta}$$

因为当预期成功时,最优局外算法是第 1 天就买下雪橇,所以算法 A 的约束竞争比是 $r_A'=\left(c\cdot\frac{1-\beta^s}{1-\beta}+P\beta^s\right)/P$. 因为需要 r_A'越小越好,根

据算法集合和上面两个等式，当 $s = \left[\frac{\ln(tr^* - 1) - \ln((tr^* - 1) + k(1-\beta))}{\ln\beta}\right]$ 符合约束条件且使 $r_A{}'$ 最小，最优的约束竞争比为

$$r_A{}' = \left(c\frac{1-\beta^s}{1-\beta} + P\beta^s\right) / P = \beta^s + \frac{1}{k}\frac{1-\beta^s}{1-\beta} \approx \frac{tr^*}{tr^* - 1 + k(1-\beta)}$$

不难发现 $\lim_{t\to\infty} r_A{}' = \lim_{t\to\infty}\frac{tr^*}{tr^* - 1 + k(1-\beta)} = 1$，$f_A = r^*/r_A{}' = r^*$，即在存在利率的情况下，约束竞争比同样随着风险容忍度的增大逐渐减小直至最小可能值 1，风险补偿值逐步增大到最优值 r^*，同时 $r_A{}' = \frac{tr^*}{tr^* - 1 + k(1-\beta)} = \frac{tr^*}{tr^* - (1 - k(1-\beta))}$.

因为 $0 < k(1-\beta) < 1$，有 $1 < r_A{}' < \frac{tr^*}{tr^* - 1}$. 相应的补偿收益为

$$f_A = \frac{r^*}{r_A{}'} = r^* \Big/ \left(\frac{tr^*}{tr^* - 1 + k(1-\beta)}\right) = \frac{tr^* - 1 + k(1-\beta)}{t} = r^* + \frac{1}{t}[k(1-\beta) - 1]$$

因为 $\frac{\partial f_A}{\partial \beta} = -\frac{k}{t} < 0$，风险补偿随着 β 值的增加而减小，随着利率 i 值的增加而增加.

4 结束语

竞争比分析虽然在局内问题的研究中有着划时代的意义，但是这种方法忽略了很多有用的信息，而且分析模型很不灵活. 特别是在金融保险业中，许多投资者希望自己能够控制风险，有时为了更大的收益，他们愿意担负一定的风险. 本文将风险引入到局内租赁问题，考虑了无利率和有利率两种情况，建立了相应的风险补偿模型，投资者可以根据自己的风险容忍度和未来预期选择最优的租赁策略.

本文所研究的问题还有许多需要进一步值得关注的问题和方向：1) 本文的预期都是确定型的，事实上预期可以是任何形式的，如何将概率性的预期引入到本文风险补偿模型是一个值得注意的问题；2) 在本文研究的租赁问题中，假定租金和购买价格都是常数，但现实中可能是不断波动的，该如何考虑？3) 如何结合其它因素考虑租赁问题，如通货膨胀、税率和剩余成本等.

参 考 文 献:

[1] Sleator D D, Tarjan R E. Amortized efficiency of list update and paging rules[J]. Communications of the ACM, 1985, 28: 202—208.

[2] El-Yaniv R, Fiat A, Karp R M, *et al*. Competitive Analysis of Financial Games[C]. Proc. 33rd Annual Symposium on Foundations of Computer Science, Pittsburgh, Pennsylvania, IEEE, 1992. 327—333.

[3] Cover T M. Universal portfolio[J]. Mathematics Finance, 1991, 1(1): 1—29.

[4] 徐寅峰, 王刊良. 局内出租车问题与竞争算法[J]. 西安交通大学学报, 1997, (1): 56—61.
XU Yinfeng, WANG Kanliang. Online k-taxi problem and competitive algorithm[J]. Journal of Xi'an Jiaotong Univeristy, 1997, (1): 56—61. (in Chinese)

[5] Raghavan P. A statistical adversary for on-line algorithms[J]. DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theorectical Computer Science, 1992, (7): 79—83.

[6] al-Binali S. A risk-reward framework for the competitive analysis of financial games[J]. Algorithmica, 1999, 25: 99—115.

[7] Manasse M S, McGeoch L A, Sleator D D. Competitive algorithms for server problems[J]. Journal of Algorithms, 1990, 11: 208—230.

[8] Borodin A, El-Yaniv Ran. Online Computation and Competitive Analysis[M]. London: Cambridge University Press, 1998.

[9] El-Yaniv R, Fiat A, Karp R M, *et al*. Optimal search and one-way trading online algorithms[J]. Algorithmica, 2001, 30: 101—139.

[10] Abel A. Asset prices under habit formation and catching up with the Joneses[J]. American Economic Review, May, 1990, 80: 43—47.

(下转第 74 页)

Optimal pricing model for various brands within product category

DU Rong[1] , *HU Qi-ying*[2] , *CHEN Kai-zhou*[3]

1. Economics and Management School , Xidian University , Xi 'an 710071 , China ;

2. College of Business and Management , Shanghai University , Shanghai 201800 , China ;

3. Science School , Xidian University , Xi 'an 710071 , China

Abstract : The purpose of this paper is to model the optimal pricing problem in the following business practices : one firm produces various brands which belong to one product category. We pose an optimal pricing model for brands belonging to one product category , characterizing the complex interactions among price , sales volume , and cost per unit , and the resulting sophisticated influence on a firm 's profit . Then , we apply a newly introduced neural network modeling technique to establish a neural network model needed by the solution of the optimal pricing model. In addition , we evaluate the performance of the neural network algorithm , and give an experimental example to show the wonderful performance of it. Furthermore , we illustrate an example of pricing for three brands , build its optimal pricing model , and derive its optimal solution using the neural network algorithm.

Key words : pricing ; various brands ; neural network

(上接第 68 页)

[11] El-Yaniv R , Kaniel R , Linial N. Competitive optimal on-line leasing[J]. Algorithmica , 1999 , 25 : 116 —140.

[12] MacCrimmon K R , Wehrung D A. Taking Risk : The Management of Uncertainty[M]. London : The Free Press , 1986.

[13] Borodin A , Irani S , Raghavan P , Schieber B. Competitive paging with locality of reference[J]. Journal of Computer and System Science , 1995 , 50(2) : 244 —258.

Risk-reward model of on-line leasing problem and its competitive analysis

ZHU Zhi-jun , *XU Yin-feng* , *XU Wei-jun*

1. School of Management , Xi 'an Jiaotong University , Xi 'an 710049 , China ;

2. State Key Lab for Manufacturing Systems Engineering , Xi 'an Jiaotong University , Xi 'an 710049 , China

Abstract : An important factor that affects the daily investment decision is the risk. This paper introduced the risk concept into the online leasing problem , built the risk-reward model and analyzed the online leasing problem with interest and without interest in this risk-reward model. Traditional competitive analysis reflects the relative performance of online algorithm to benchmark algorithm (usually the offline optimal algorithm) . But this approach is too inflexible and neglects some useful information the online player may have. Different from this method , the investor can control his own undertaken risk and choose the optimal online leasing strategy according to his own risk tolerance and forecast in the risk-reward model.

Key words : leasing ; on-line algorithm ; competitive analysis ; risk-reward model