具有几何分布统计特征的在线租赁竞争分析

徐维军[1]，　徐寅峰[1,2]，　卢致杰[1]
(1. 西安交通大学 管理学院，陕西 西安 710049；2. 机械制造系统工程国家重点实验室，陕西 西安 710049)

摘　要：近年来，在线算法的兴起为金融领域的研究提供了新的视角，但传统的竞争分析方法有意规避概率分布假设。在金融领域中，似乎有时忽略这些极有价值的信息而只运用标准的竞争比方法分析显然是一个极大浪费。在本文中，我们首次结合输入结构的分布信息研究了离散型在线租赁问题，建立了最优的离散型在线租赁决策模型，并给出了最优的竞争策略及其竞争比。相比较Karp和El-Yaniv的研究结果，由于本文引进了输入的分布信息使得竞争比改善；而相对于Fujiwara的研究结果，由于本文研究了离散型情形，给出了实际问题的精确解。

关键词：在线算法；在线租赁；概率型竞争比；离散型模型；竞争分析
中图分类号：C931.1；F224.0　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1003-5192(2005)02-0046-06

Competitive Analysis for On-line Leasing with Statistical Characteristic of Geometric Distribution

XU Wei-jun[1], XU Yin-feng[1,2], LU Zhi-jie[1]
(1. *School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an* 710049, *China*;
2. *The State Key Lab for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an* 710049, *China*)

Abstract: In recent years, there are being a new method of research in the financial fields because of coming on to on-line algorithm, but conservative competitive analysis intentionally avoids probabilistic distribution assumptions. Indeed, whenever decision makers do have some side information or partial (statistical) knowledge on the evolution of input sequences it would be a terrible waste to ignore it, which is precisely what the competitive ratio does. In this paper, we firstly investigate the discrete on-line leasing problem through integrating conservative competitive analysis method with the distribution information, and build the discrete on-line model, and obtain their optimal strategies and competitive ratios. Compared with the results of Karp and El-Yaniv, the introducing of more information improves the performance of competitive ratio. Moreover, compared with the results of Fujiwara, we consider the discrete model that is more fit to the practice so as to acquire the accurate solution.

Key words: on-line algorithm; on-line leasing; stochastic competitive ratio; discrete model; competitive analysis

1　引言

对于在线问题(on-line problem)和竞争策略(competitive strategy)的研究始于1985年，20年来，在理论计算机科学领域，在线算法(on-line algorithm)的研究成果层出不穷。尤其近年来，随着在经济管理当中发现越来越多的在线问题，该研究方法在金融决策及经济管理领域也引起了广泛的关注，已经成为一个非常值得注意的新研究方向。竞争比的一个优点是它提供了一种在某种基本意义下任何两种可比较策略的性能统一度量。因此竞争分析方法已经越来越多地获得了认可，虽然其理论价值和经验评价有待于进一步考证，但大量的在线金融决策文献的涌出，已表明竞争策略在金融问题领域是有效的。这种方法引起了人们的兴趣和产生了非明显性(non-obvious)的算法和分析。

2　已有相关研究

虽然关于租赁问题已经有了大量的研究，但都侧重于资产租赁合同分析及税收对租赁与购买决策的影响分析，如文献[1,2]。事实上，租赁问题是一个最优停止问题，其中在数理统计中占有重要地

收稿日期：2004-06-13
基金项目：国家自然科学基金资助项目(10371094,70401006)；中国博士后科学基金资助项目(2003034014)

位的以节约成本为目的的序贯方法也可以解决类似租赁问题。关于时间序贯决策是指投资者往往更强调时间的价值,希望当有足够的证据做出推断时应尽早停止活动,如文献[3,4]研究了关于几何分布的最优停止问题。本文将运用竞争分析方法研究在线租赁决策问题,关于在线租赁问题最典型的例子是1992年Karp提出的在理论计算机科学领域最负有盛名的"租雪橇"问题[5]。即在租赁活动当中,投资者每期必须做出是继续租用还是立即购买该设备的决策。若投资者知道未来使用期限,则为离线问题;若投资者不知道未来使用期限,则为在线问题。Karp指出的竞争比为(假定每天租金为1,购买该设备价格为 s)。随后,许多学者对这一基本模型进行了一系列广泛深入的研究,1994年,Karlin等人[6]对于在线分析做了重大贡献,给出了租赁问题的随机在线算法(randomized on-line algorithm),使竞争比达到了 $e/(e-1)\approx 1.582$ 最优。1998年Irani等人[7]研究了当购买价格波动而租赁费用保持不变情形,分别给出了确定性和随机性算法的竞争比上下界,并还第一次运用具有统计特征对手(即限定未来价格波动满足一定条件)来研究租赁问题。1999年El-Yaniv等人[8]考虑了存在利率情形时在线租赁问题,给出了最优确定性算法(其竞争比大小在区间[3/2, 2)之内),及最优随机性算法(其竞争比大小在[4/3, 1.582)之内)。同年,al-Binali[9]建立了有名的金融博弈竞争分析的风险—回报模型,他指出投资者往往并不是规避风险而是利用风险,有时有目的的增加风险以期望如果预测成功将获得更高收益(即相对纯竞争分析提高其最优竞争比性能),如果预测失败其风险容忍度在投资者可接受范围之内(利用竞争比概念刻画)。总之,在已往研究中有意规避概率分布假设的分析前提下,2002年,Fujiwara等人[10]第一次突破性将概率分布假设与竞争比分析方法结合在一起研究租赁问题,但是他们研究了连续性在线租赁问题,通过作图表明其竞争比大约在1.5左右。2004年,我们进一步给出了在概率环境下在线租赁问题的一些初步结论[11]。

3 建立最优在线租赁模型

本文的研究试图将未来输入结构的分布信息引入传统的纯竞争分析方法中来研究在线租赁问题,让投资者尽可能地利用未来需求信息来改善投资业绩,即使得竞争比分析性能大大提高。我们分析了未来需求分布信息具有几何分布特征的离散型在线租赁问题。基于这种考虑的原因如下:

首先,虽然最坏情形竞争分析给了我们没有这一新的度量方法而不可能存在的许多漂亮的结果,但是这一方法本身也具有不可避免的局限性。例如在换页算法中,不同的优劣算法却有相同的竞争比[12]。这主要是由于传统的竞争算法分析总是假设在线投资者对于未来需求序列的信息一无所知,即规避未来需求的输入信息,因此在线者(on-line player)在面对未来尽可能坏的需求序列要尽可能好地设计出一个好的投资策略,即所谓最坏情形分析(worst case analysis)。无论如何,竞争比的风险规避性质通常是一大缺陷,因为这个性能度量(performance measure)导致了过于保守的算法。事实上,在输入序列的进程中,当决策者拥有一些边信息(side information)和部分统计知识时,似乎忽略这些极有价值的信息而只运用标准的竞争比方法分析是一个极大浪费,从而导致了比贝叶斯算法差的结果。

其次,估计未来输入分布的参数并不是最坏情形分析竞争算法所刻意强调得那样困难,除了许多组合问题有更复杂的输入结构之外,现实中也大量存在类似租赁问题的较为简单的输入结构,我们采用发展相当成熟的统计理论能够做到较为精确的刻画这类问题的输入结构。更重要的原因是竞争比定义本身具有难以克服的固有缺陷,虽然El-Yaniv[12]提出了八大定理建立了竞争比决策标准的公理体系。因此如何利用其它方法补充完善使得提高竞争比分析性能仍是一个研究热点。而本文所采用方法恰好能有效的克服最坏情形竞争分析这一缺陷。

最后,我们采用一类近似几何分布特征的思想来源基于文献[3,4]研究了关于几何分布的最优停止问题及"掷硬币"思想,出现正面(相当于租用)继续,直到出现反面(相当于购买)停止活动。在租赁决策中,每阶段决策相当于做贝努利试验究竟是继续租用还是立即购买。租赁问题实质上是一个离散型决策问题,因此运用几何分布较指数分布更易贴切刻划租赁问题。相对文献[10]的研究采用了连续型,本文的研究克服了在处理离散问题时遇到技术上的困难。另外,在离散模型下,一开始立即购买也可能是一种最优的决策策略,其相应的竞争比是一个有限值,并不是文献[10]的连续型模型中

其竞争比趋于无穷大。因此,本文研究离散型模型给出了问题的精确解,而连续型模型有可能给出了问题的近似解。

令 t 为实际发生的租赁次数,每天租金为 1,购买该设备价格为 s(s 为正整数,当 $s=1$ 时,显然总是购买)。对于离线问题,当 $s \le t$ 时购买该设备,否则租用。显然离线策略的最优成本为

$$Cost_{OPT}(t) = \min\{s, t\} \tag{1}$$

对于在线问题,我们一般研究这样一大类策略 $A(k)$:即前 k 期一直租用,之后如果继续需要则立即购买($k=1,2,\cdots$)。也即在线策略是当 $t \le k$ 时,一直租用;当 $t > k$ 时,则立即购买该设备,因此在线策略的成本为

$$Cost_{ON}(t) = \begin{cases} t & t \le k \\ k+s & t > k \end{cases} \tag{2}$$

定义 1　假设租赁次数(输入序列)为一随机变量 X,具有某种类型分布的概率函数 $P(X=t)$,则离散型概率性竞争比为

$$C(k) = E_X \frac{Cost_{ON}(X,k)}{Cost_{OPT}(X)} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{Cost_{ON}(X,k)}{Cost_{OPT}(X)} P(X=t) \tag{3}$$

这里,$P(X=t)$ 是投资者对未来输入结构近似估计的概率函数,本文研究未来输入序列具有几何分布特征,即在每阶段活动当中立即购买的危险率(hazard,突然死亡率,也即活动终止率)为 $1-\theta$,继续租用的危险率为 θ,则相应概率函数 $P(X=t) = (1-\theta)\theta^{t-1}$ ($t=0,1,2\cdots$)。

应注意,本文所定义的离散型概率性竞争比(stochastic competitive ratio)与文献[10]中定义的连续型平均成本竞争比定义含意一致,而与文献[5,8]中所定义的随机性竞争比(randomized competitive ratio)有着本质的区别,前者是对输入结构给定了某种约束,也即掌握了输入结构的一定信息分布规律,而后者是对在线者或者对手(adversary player)的可供选择的策略集合内进行随机化选择策略,因此在此使用不同术语暗示区分。

根据上述表达式(1)、(2)及概率型竞争比定义式(3),则有:当 $k=0,1,2\cdots,s$ 时

$$C(k) = \sum_{t=1}^{k}(1-\theta)\theta^{t-1} + \sum_{t=k+1}^{s}\frac{k+s}{t}(1-\theta)\theta^{t-1} + \sum_{t=s+1}^{\infty}\frac{k+s}{s}(1-\theta)\theta^{t-1}$$

$$= (1-\theta^k) + (k+s)(1-\theta)\sum_{t=k+1}^{s}\frac{1}{t}\theta^{t-1} + \frac{k+s}{s}\theta^s \tag{4}$$

另一方面,当 $k=s+1, s+2, s+3, \cdots$ 时

$$C(k) = \sum_{t=1}^{s}(1-\theta)\theta^{t-1} + \sum_{t=s+1}^{k}\frac{t}{s}(1-\theta)\theta^{t-1} + \sum_{t=k+1}^{\infty}\frac{k+s}{s}(1-\theta)\theta^{t-1}$$

$$= (1-\theta^s) + \frac{(1-\theta)}{s}\sum_{t=s+1}^{k} t\theta^{t-1} + \frac{k+s}{s}\theta^k \tag{5}$$

通过后面理论证明和数值分析,我们得到了下面一个重要而又有趣的结论。

定理 1　当投资者从事一项租赁活动时,假定对未来需求信息特征近似服从几何分布概率函数 $P(X=t) = (1-\theta)\theta^{t-1}$,根据概率性竞争比定义,则有:

(1) 当 $1/(1-\theta) < s$ 时,即当投资者租赁的平均成本小于购买成本 s 时,采取永远租赁是最优的策略,此时达到的竞争比为 $1 + \frac{\theta}{s(1-\theta)}$;

(2) 当 $1/(1-\theta) = s$ 时,即当投资者租赁的平均成本等于购买成本 s 时,采取第 $s-1$ 期购买是最优的策略,此时达到的最优竞争比为 $1 + (1-1/s)^s$;

(3) 当 $1/(1-\theta) > s$ 时,即当投资者租赁的平均成本大于购买成本 s 时,采取第 k_0 期购买是最优的策略,此时达到的最优竞争比为 $1 - [1 - \frac{k_0 s(1-\theta)}{k_0+1} - \frac{s^2(1-\theta)}{k_0+1}]\theta^{k_0}$,且 k_0 满足 $(1-\theta)s^2 - 0.09s - 1 < k_0 < (1-\theta)s^2 - 1$。如果购买成本 s 很大时,则最优购买日期 k_0 可运用二分搜索算法在多项式时间 $O(\log s)$ 内确定。且相比较文献[5,8]最优决策日期提前;

(4) 当 $1/(1-\theta) \to \infty$ 时,即当投资者租赁的平均成本趋于无穷大时,采取任何策略 $A(k)$ 的最优竞争比为 $1 + k/s$,则立即购买是最优的策略,此时达到的竞争比为 1。

无论哪一种情况,投资者采取 $A(s-1)$ 策略所达到的竞争比都优于文献[5,8]中确定性竞争比 $2 - 1/s$ 及文献[8]中随机性竞争比,既使投资者对于危险率 θ 的估计有较大的偏差。如 $s=10$,$\theta=0.5$ 时,优于文献[5]竞争比 1.9,也优于文献[8]中

随机竞争比 1.535。另外,本文的研究也优于文献[10]中的讨论结果,由于本文研究了离散型情形,给出了实际问题的精确解。

4　最优竞争策略分析

当 $k=0$ 时,即投资者选取策略 $A(0)$,也就是说投资者在一开始就选择了购买,显然在实际当中也是客观存在的一种投资策略,其竞争比可达 $C(0)=s(1-\theta)\sum_{t=1}^{s}\frac{\theta^{t-1}}{t}+\theta$,这是一个有限项求和故是一个有限值,并不是文献[10]所指出的当 $k\to\infty$ 时,$C(0)\to\infty$。另外由于本文研究了离散型模型,边界处的比较分析并不象连续型问题那样容易放在一起利用导函数性质处理,而是逐个作差进行放大(或放小)证明。因此以下分别单独分析 $k=0,1,2,\cdots,s$ 和 $s+1$ 的情况,其余 k 的值放在一起处理。

情形 1　当 $k=0,1,2,\cdots,s-2$ 时,能够证明 $C(k+1)-C(k)<0$。当 $k=s-1$ 时,有 $C(s)-C(s-1)=[1/s-(1-\theta)]\theta^{s-1}<0$。当 $k=s+1,s+2,s+3,\cdots$ 时,可验证 $C(k+1)-C(k)=[1/s-(1-\theta)]\theta^{k}<0$ 成立。另外可证 $C(s+1)-C(s)=[1/s-(1-\theta)]\theta<0$。故有 $C(0)>C(1)>\cdots>C(s-1)=C(s)=C(s+1)=C(s+2)=\cdots$。我们得到了情形 1 的结论,这说明,当投资者总是租赁的平均成本小于购买价格 s 时,最优的策略是投资者一直采取租赁,当 $k\to\infty$ 时竞争比 $C(k)$ 将达到最小。我们能够得到最优的竞争比为 $\frac{\theta}{s(1-\theta)}$。

图 1 中曲线表示,在不同的购买价格和危险率情形下,采取不同策略时的竞争比变化趋势。参数大小都满足 $1/(1-\theta)<s$,即投资者租赁的平均成本小于购买成本 s,这时最优的策略是采取永远租赁。另外,从每条曲线可以看出:当 k 从零到无穷时,竞争比先变化迅速,之后趋于平缓。如当投资者采取策略 $A(50)$ 与策略 $A(\infty)$ 时,其竞争比相差不大。这说明了在实际投资中,存在着行行色色的大众投资者,有的永远租用下去,有的先租用一段时间才可能采取购买策略,并且竞争比不会发生太大的变化。从理论上讲,最优的策略应是竞争比达到最小时所对应的策略。

情形 2　类似于情形 1 的分析,当 $k=0,1,2,\cdots,s-2$,可验证 $C(k+1)-C(k)<0$ 成立。当 $k=s-1,s,s+1,s+2,s+3,\cdots$ 时,可验证 $C(k+1)-C(k)=0$ 成立。故有 $C(0)>C(1)>\cdots>C(s-1)=C(s)=C(s+1)=C(s+2)=\cdots$。我们得到了情形 2 的结论,这说明,当投资者总是租赁的平均成本等于购买价格 s 时,投资者在第 $s-1$ 期之后任意时刻购买设备,所得到的竞争比都相同,但投资者在实际投资当中最优的决策应在第 $s-1$ 期购买,其竞争比将达到 $C(s-1)=1+(1-1/s)^{s}$ 最优。

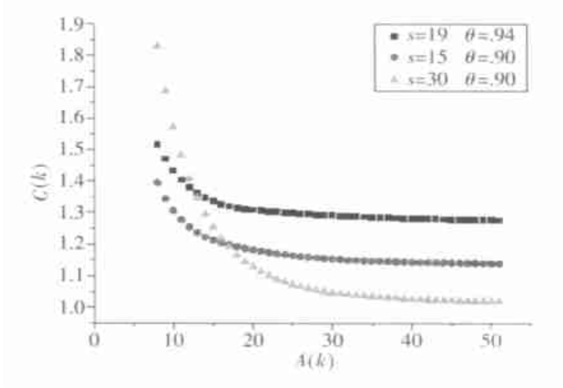

图 1　当 $1/(1-\theta)<s$ 时的竞争策略分析

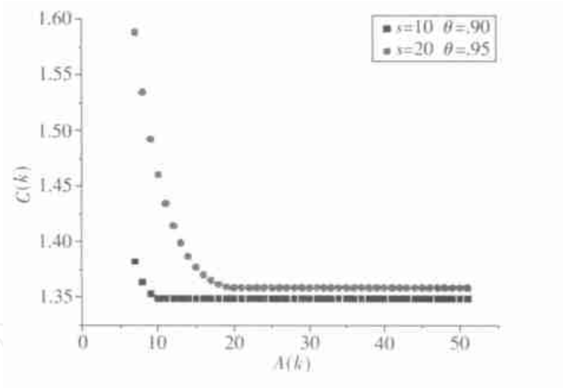

图 2　当 $1/(1-\theta)=s$ 时的竞争策略分析

图 2 中曲线的参数大小满足 $1/(1-\theta)=s$,即投资者租赁的平均成本等于购买成本,此时最优的策略是分别采取第 9 期和第 19 期购买,此时达到的最优竞争比分别为 1.34868 和 1.35849。

情形 3　类似于情形 1 和情形 2 分析,当 $k=0,1,s-2,s-1,s,s+1,s+2,s+3,\cdots$ 时,有 $C(0)>C(1)$ 及 $C(s-2)<C(s-1)<C(s)<C(s+1)<C(s+2)<\cdots$ 成立。由不等式 $1/(1-\theta)>s\geq 2$ 可得 $\theta>1/2$,同时可验证 $C(k+2)-2C(k+1)+C(k)>0(k=0,1,2,\cdots,s-2)$ 成立。故,当 $k=0,1,2,\cdots,s$ 时当且仅当存在唯一的 k_0 使得 $C(k_0)$ 达到最小,且有 $C(k_0-1)>C(k_0)$,$C(k_0)<C(k_0$

+1) 同时成立，由于这个不等式组关于 k_0 为非线性关系式，故不易求出 k_0 的解析表达式。但我们却给出了 k_0 的取值范围

$$s-\frac{\ln(\theta-s(1-\theta)+s^2(1-\theta)^2)}{\ln\theta}<k_0<(1-\theta)s^2-1$$

分析如下：对于上界，我们运用 $\frac{1}{t}>\frac{1}{s}(s\le t\le k)$，则有

$$C(k+1)-C(k)>\left[\frac{1}{s}-\frac{s(1-\theta)}{k+1}\right]\theta^k$$

当 $k=(1-\theta)s^2-1$ 时，最后一项等于 0。这意味着，对于满足 $C(k+1)=C(k)$ 的 k_0，恒有 $k_0<(1-\theta)s^2-1$ 成立。因为一阶差分项 $C(k+1)-C(k)$ 严格单调递增（由前面分析可知）。

对于下界，我们运用 $\frac{1}{t}\le-\frac{1}{s(k+1)}(t-s)+\frac{1}{s}(s\le t\le k)$，可得

$$C(k+1)-C(k)<[s(1-\theta)-s^2(1-\theta)^2-\theta+\theta^{-k}]\frac{\theta^k}{s(1-\theta)(k+1)}$$

同理得到下界 $s-\frac{\ln(\theta-s(1-\theta)+s^2(1-\theta)^2)}{\ln\theta}<k_0$。

通过数值分析，我们发现关于 k_0 的上下界的范围最大差值小于 $0.09s$。当 s 较小时，最优决策日期 k_0 容易确定。如当 $s=100$ 时，只需要比较 9 个 $C(k)(k=|s^2(\lambda+\theta s)-\frac{s}{10}|,\cdots,|s^2(\lambda+\theta s)|)$ 得到最优的竞争比 $C(k_0)$。在此我们从最坏情形考虑，即当 s 充分大时，下面给确定最优决策的简便算法及时间复杂度。令 $B(k)=C(k+1)-C(k)$，则我们知道 $B(k)(k=1,2,\cdots,s)$ 是严格单调递增。运用二分搜索算法确定最优决策日期 k_0。

步骤 1　输入 $B(|(1-\theta)s^2-0.09s|),B(|(1-\theta)s^2-0.09s|+1),\cdots,B(|(1-\theta)s^2|-1)$；

步骤 2　如果 $B(|(1-\theta)s^2-0.045s|)>0$，则删除序列 $B(|(1-\theta)s^2-0.045s|+1),\cdots,B(|(1-\theta)s^2|-1)$；否则删除序列 $B(|(1-\theta)s^2-0.09s|),\cdots,B(|(1-\theta)s^2-0.045s|-1)$；

步骤 3　重复步骤 2 直到序列中剩余两项停止，并比较它们绝对值大小，则输出最小绝对项的下标，即得 k_0。

由算法设计与复杂性分析易知可在多项式时间 $O(\log s)$ 求出最优决策日期 k_0。另外，我们也获得了一个重要信息，即每期连续租赁的危险率 θ 的估计恒大于等于 1/2。与文献[5,8]相比较，最优决策日期相对提前，且最优竞争比可达 $1-\left[1-\frac{k_0s(1-\theta)}{k_0+1}-\frac{s^2(1-\theta)}{k_0+1}\right]\theta^{k_0}$。

图 3 中，参数大小满足关系式 $1/(1-\theta)>s$，即投资者租赁的平均成本大于购买成本，最优的策略是租用一段时期再购买。图中当 $s=19$，$\theta=0.96$ 时，投资者采取最优的策略是 $A(13)$，此时达到的最优竞争比 1.43959。当 $s=13$，$\theta=0.95$ 时，投资者采取最优的策略是 $A(7)$，此时达到的最优竞争比 1.45836。相比较文献[5,8]中的研究结果（最优竞争比分别为 1.947 和 1.582），最优竞争比降低且最优决策日期提前。

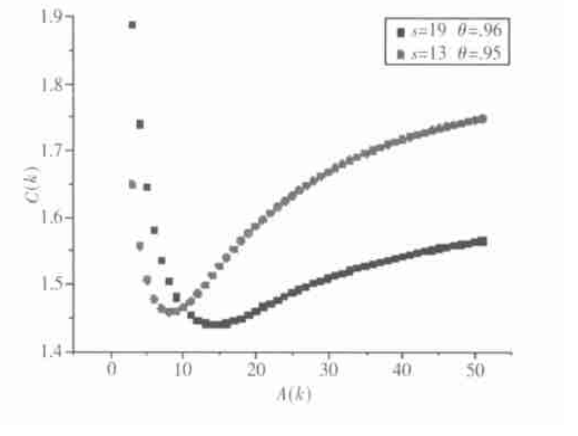

图 3　当 $1/(1-\theta)>s$ 时的竞争策略分析

情形 4　根据竞争比定义，对 $C(k)$ 取极限得证。当 $1/(1-\theta)\to\infty$，即当投资者租赁的平均时间趋于无穷大时，采取任何策略 $A(k)$ 的最优竞争比为 $1+k/s$，则立即购买是最优的策略，此时竞争比为 1。

5　结束语

在线租赁策略在现实生活中有着广泛的应用前景，无论是在"出租车问题"、证券组合投资、外汇交易领域、网上拍卖、库存与保险问题，还是在在线调度优化以及计算机信息查询与存储等领域，在线算法及竞争策略的研究均能有效提高该领域相关的管理及决策效率。虽然 El-Yaniv[12] 完善了竞争比决策标准的公理体系，但还是具有本身难以克服的固有缺陷。如何利用其它方法补充完善使得提高竞争比分析性能仍是一个研究热点。而本文所采用的将竞争分析方法与未来信息分布特征相结合的思路即是一种行之有效的在线租赁策略研究方法，当然，该方法在实际应用中也还有一些方面

需要深入研究:(1)本文研究是假定在线承租人在连续时期内使用该设备,如何研究存在折现因素情形下在线承租人有间断地使用该设备。(2)价格的不确实性。在本文模型中假定租用成本和购买成本是某一固定常数,实事上在一个金融模型中,价格的不确定性是一个值得考虑的重要因素。(3)扩展本文的模型到一类具有租赁合同的更为广泛情形,如租赁协议给予承租人在合同期满以某一固定价格买下该租赁设备的权利,在合同有效期间租赁活动不可取消,以及具体不可取消期后可允许在任何时刻取消的合同。(4)可考虑一些其它相关经济因素,如通货膨胀、利率、税收、冗余成本等因素。

参 考 文 献:

[1] Schall L D. The lease-or-buy and asset acquisition decisions[J]. Journal of Finance, 1974, 29:1203-1214.
[2] Moller M H, Upton C W. Leasing, buying and the cost of capital services[J]. Journal of Finance, 1976, 31:761-786.
[3] 魏立力. 几何分布时间序贯检验的贝叶斯推断[J]. 应用数学学报, 1999, 22(1):54-70.
[4] 魏立力, 张文修. 几何分布的一类贝叶斯停止判决法则[J]. 应用数学学报, 2003, 26(1):181-185.
[5] Karp R. On-line algorithms versus off-line algorithms: how much is it worth to know the future[C] Proc. IFIP 12th World Computer Congress, 1992. 416-429.
[6] Karlin A R, Manaees M S, McGeogh L, et al.. Competitive randomize algorithms for non-uniform problems[J]. Algorithmica, 1994, 11(6):542-571.
[7] Irani S, Ramanathan D. The problem of renting versus buying[R]. Personal Communication, 1998.
[8] El-Yaniv R, Kaniel R, Linial N. Competitive optimal on-line leasing[J]. Algorithmica, 1999, 25:116-140.
[9] al-Binali S. A risk-reward framework for the competitive analysis of financial games[J]. Algorithmica, 1999, 25:99-115.
[10] Fujiwara H, Iwama K. Average-case competitive analyses for ski-rental problems[M]. Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag Heidelberg, 2002. 476-488.
[11] Xu Y F, Xu W J. Competitive algorithms for on-line leasing problem in probabilistic environments[M]. Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag Heidelberg, 2004. 725-730.
[12] Borodin A, El-Yaniv R. On-line computation and competitive analysis [M]. Cambridge University Press, 1998.

(上接第 54 页)

贸易品,我们称 $1 = 6.5 为 2001 年人民币的长期均衡汇率含义是:经过产业结构和消费结构调整后,使我国与国际接轨,人民币可以达到的均衡汇率,考虑到我国产业结构和消费结构中不可贸易品所占比重较小,经分析我们认为 2001 年人民币短期均衡汇率应为 $1 = 7 左右[11]。

参 考 文 献:

[1] Chou W L, Shih Y C. The equilibruim exchange rate of the Chinese Renminbi[J]. Journal of Comparative Economics, 1998, (26):165-174.
[2] Chang G H, Shao Q. How much is the Chinese currency undervalued[J]. China Economic Review, 2004, (15):366-371.
[3] 约翰·威廉姆森. 人民币汇率与全球货币体系[J]. 国际金融研究, 2003, (12):53-56.
[4] 张晓朴. 人民币均衡汇率的理论与模型[J]. 经济研究院, 1999, (12):70-77.
[5] 张晓朴. 如何看待人民币的均衡汇率[J]. 国际金融研究, 2003, (12):60-62.
[6] 林伯强. 人民币均衡实际汇率的估计与实际汇率错位的测算[J]. 经济研究, 2002, (12):60-65.
[7] 张斌. 人民币均衡汇率:简约一般均衡下单方程模型研究[J]. 世界经济, 2003, (11):3-12.
[8] 会议记要. 人民币汇率的稳定是中国金融可持续发展的保证[J]. 国际金融研究. 2003, (12):64.
[9] 杨长江. 人民币实际汇率长期调整趋势研究[M]. 上海:上海财经大学出版社, 2002. 57.
[10] 新华社记者专访:周小川谈金融宏观调控人民币汇率等问题[EB/OL]. http://news.sohu.com/20041002/n222334403.shtml, 2004-10-02.
[11] 吴骏, 王志强. 对人民币汇率实证分析[J]. 中国经济问题, 2000, (1):39-43.
[12] 吴骏. 对人民币汇率进一步研究[J]. 预测, 2001, (2):17-19.