

文章编号:1003-207(2007)04-0028-06

可退货在线租赁竞争分析及其风险回报模型

董玉成¹,徐寅峰^{1,2},徐维军³

- (1. 西安交通大学管理学院,陕西 西安 710049;
2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室,陕西 西安 710049;
3. 华南理工大学工商管理学院,广州 510641)

摘要:经典的在线租赁只考虑购买和租赁两种决策行为,当在线租赁方购买设备后,不允许退货。本文假设在线租赁方在选择购买设备后,如果觉得购买设备不划算,可以在任何时候花费一定的代价把设备退还给承租方。通过定义退货费用函数来刻画退货行为,本文提出了可退货在线租赁问题,它是经典在线租赁问题的扩展。利用传统的竞争分析方法设计了该问题的竞争策略,分析了策略的竞争性能,并证明该策略能达到竞争比下界(即是最优竞争策略)。同时,在风险回报竞争分析框架下,进一步讨论了上述问题,得到了给定预期和风险下收益最优的竞争策略。

关键词:在线租赁;竞争分析;风险回报模型

中图分类号:F22410 **文献标识码:**A

1 引言

租赁是一种常见的社会经济活动,应用在线算法研究租赁问题是最近的一个研究热点,它起源于1992年Karp提出的“租雪橇”模型^[1],该模型假设在线人(又称局内人或占线人)需要使用某种仪器(例如雪橇、汽车、仪器等),但并不清楚到底会使用设备多长时间,只有在每个阶段开始时才能决定是继续用还是不用。因此他有两种解决方法:一是每个阶段付费 c 租赁;另一种就是花更高的价钱 p 将其买下来(不失一般性假设 p/c 是整数)。一旦在线人买下了仪器就不必再付费租赁。因为只有在每个阶段初才知道以后还需不需要这个仪器设备,所以决定什么时候租用,什么时候购买是问题的关键。问题的目标是决定什么时候租赁和购买能使得竞争比最小,即使在线策略花费与最优离线策略花费的比值尽可能的小。Karp证明当在 $p/c-1$ 及其以前的阶段租赁设备, p/c 阶段购买设备这一策略能使该问题达到最小竞争比 $(2-c/p)$ 。

结合现实租赁中的实际情况,很多学者对这个基本模型进行了扩展:Karlin等^[2]讨论了在线租赁的随机策略(即混合策略),文献[3]讨论了输入具有几何分布特征下的概率竞争比策略,文献[4]讨论了具有指数概率分布特征下的概率竞争比策略,文献[5]在文献[3-4]的基础上从连续租赁和离散租赁两方面详细讨论了概率竞争比策略;Irani等^[6]研究了当购买价格波动而租赁费用保持不变情形下的租赁策略,文献[7]进一步讨论了当购买价格和租赁费用都波动情形下的租赁策略;Yaniv^[8]把利率因素引入到在线租赁策略设计,文献[9]考虑了设备折旧因素的在线租赁研究。在这些在线租赁研究中,假设租赁方要么继续租用设备要么购买,购买后不允许租赁方退货。事实上在现实租赁合同条款中,允许退货是很常见的条款。因此本文将研究如果租赁方和承租方达成了可退货协定后,在线租赁问题的策略设计。作者将首先应用传统竞争分析方法给出可退货在线租赁的最优策略,然后基于Binali等^[10]建立的风险回报竞争分析框架进一步讨论此问题。

2 竞争分析的基本概念^[10,11]

本节将介绍传统的竞争分析方法^[11]和风险回报竞争分析方法^[10]。在传统竞争分析中,存在着一个供决策者选择的策略集 S 和一个离线对手发出的序列集 I 。在线决策者的目的就是设计一个好的策

收稿日期:2007-07-17;修订日期:2007-07-02
基金项目:国家自然科学基金资助项目(70525004、70121001、70471035);中国博士后科学基金资助项目(20060400221)
作者简介:董玉成(1979-),男(汉族),湖北人,西安交通大学管理学院,博士研究生,研究方向:群体决策、在线算法。

略 $A \in S$ 以应对离线对手可能发出不确定的输入序列 I 。竞争分析方法与以往解决此类问题方法的最大区别在于:它在变化因素的每一个特例中都能给出一个方案,使得这一方案所得到的解离最优方案给出的解总在一定的比例之内,从而使在线问题的解始终保持在一个较优的状态,即对在线策略 A 以及任何有限的输入序列 I ,如果存在一个常数 α 满足

$$Cost_A(I) \leq \alpha \cdot Cost_{opt}(I)$$

则称在线策略 A 为 α -竞争策略,或者称 A 具有竞争比 α 。若某在线策略的竞争比满足 $\alpha^* = \inf_{A \in S} \alpha(A)$, 则 α^* 为该在线问题的最优竞争比。

传统的竞争分析让在线决策者始终选择无风险的行为来得到最优竞争比。1999年, Binati^[10] 把在线决策者的风险行为引入传统竞争分析中,把“行为”看作策略的选择,把“结果”看作策略下的竞争比(如图 1 所示),利用不同策略下的竞争比作为风险的衡量尺度,即用策略 A 的竞争比与传统最优竞争比的比值(即 α_A / α^*) 来定义风险,提出了风险回报概念。令 $r \geq 1$ 为在线决策者的风险忍耐度(当 $r = 1$ 时,在线决策者是风险规避的;当 $r > 1$ 时,在线决策者是风险偏好的), $L_r = \{A \in S \mid \alpha_A \leq r \cdot \alpha^*\}$ 表示风险忍耐度小于等于 r 的策略集合。

在线决策者可以根据自己的风险忍耐度来设计策略。令 I 为预期输入序列,如果占线决策者能够成功的预期未来的需求序列,便可以得到有约束竞争比, $\alpha_A^* = \sup_I \{Cost_A(I) / Cost_{opt}(I)\}$, 该预期下的最优竞争比为 $\alpha^* = \inf_S \alpha_A^*$ 。用预期正确下竞争比性能的提高来衡量策略 A 容忍风险后所获得的回报收益,具体定义策略 A 的回报收益为 $R_A = \alpha^* / \alpha_A$ 。

对于问题 P ,如果在决策者能够成功预期未来的需求序列,则期望设计一个最优风险策略 A^* I ,其补偿函数为 $R_{A^*} = \sup_{A \in L_r} \{R_A\}$

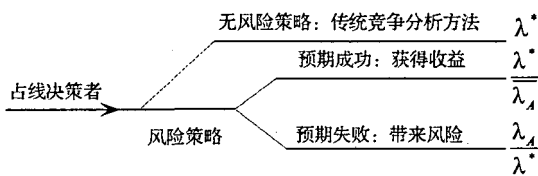


图 1

3 可退货在线租赁基本问题及策略设计

3.1 退货费用函数

可退货在线租赁是基本租赁问题的扩展,它假设在线租赁方在选择购买设备后,如果觉得购买设备不划算,可以在任何时候花费一定的代价把设备退还给承租方。对于该问题,租赁方和承租方必须首先对退还购买设备的惩罚费用达成一个合同条款。

定义 $F(x)$ 是租赁方在购买设备 x 时间后退货的惩罚费用。根据租赁退货的一些合同常识^[9,11] 容易知道:(1) $F(x)$ 是增函数,即购买时间越长,所需支付的退货费用越大。另外为了保证租赁退货机制的运行,通过分析容易知道:(2) 退货费用 $F(x)$ 必须大于租赁费用 cx 。这主要是防止恶意退货,因为若购买 x 时间后退货的费用 $F(x)$ 小于租赁费用 cx ,那么理性的租赁方(即假设租赁方总是寻求最小化租赁成本费用)总会选择先购买设备生产然后退货;(3) 购买后立即退货的费用应小于 p ,即 $F(0) < p$,这是因为若 $F(0) \geq p$,而 $F(x)$ 又是增函数,则有 $F(x) \geq p$,这会导致在任何时候决策者都不会选择退货,因为退货的费用太大($\geq p$),购买设备后退货总比不退货花费更大。由上述分析定义退货费用函数。

定义 1:定义 $F(x)$ 是在购买设备 x 时间后退货的费用函数,若其满足下列性质:(1) $F(x)$ 是增函数;(2) $F(x) - cx > 0$;(3) $F(0) < p$ 。

若简化考虑 $F(x)$ 是线性函数,即 $F(x) = A + Bx$,由定义 1 知道 $A < p, B > c$ 。

定义 2:定义 $F(x)$ 是线性退货费用函数,若 $A < p, B > c$ 。

3.2 竞争策略设计及其竞争比

令 T 表示在前 T 阶段租赁生产,在 $T + 1$ 阶段购买设备生产这种租赁策略;令 $S = \{T \mid T = 1, 2, \dots\}$ 表示策略全集;令 t 表示使用设备的时间(即设备需要使用 t 阶段);令 $I = \{t \mid t = 1, 2, \dots\}$ 为离线对手发出的设备使用时间的序列集。租赁问题的竞争分析可以看作在线租赁人从 S 中选择策略,而离线对手从 I 中选择设备使用时间,与之进行零和博弈。 $Cost_T(t)$ 表示设备使用期限是 t ,采用 T 租赁策略的费用, $Cost_{opt}(t)$ 表示采用离线最优的租赁策略 opt 的费用。在传统的竞争分析中一般令 $\alpha_T = \sup_t$

$\frac{Cost_T(t)}{Cost_{opt}(t)}$ 表示策略 T 的竞争比,并用它来衡量策略

的优劣;令 $\tau^* = \inf_S(\tau)$ 表示最优竞争比, T^* 表示最优策略。

定理 1:如租赁人采用策略 T 进行租赁,那么理性的租赁人当且仅当设备使用期限 $T < t \leq T + 1 + [F^{-1}(P)]$ 时会选择退货,其中 $[F^{-1}(P)]$ 表示对 $F^{-1}(P)$ 向小取整。

证明:(充分性)因为采用 T 策略,所以租赁人购货时间为 $t - T - 1$ 。又因为 $t \leq T + 1 + [F^{-1}(P)]$ 且 $F(x)$ 是增函数,那么 $F(t - T - 1) \leq P$ 。因为理性决策者会选择费用最小的租赁行为,所以选择退货。(必要性)因为理性决策者选择退货,所以 $T < t$ 且 $F(t - T - 1) > P$ 。由 $F(t - T - 1) > P$ 知 $T < t - 1 + F^{-1}(P)$,又因为 t 是整数,所以 $T < t - T + 1 + [F^{-1}(P)]$ 。得证。

下面讨论可退货租赁问题的一个策略,该策略考虑在前 T_0 阶段租赁设备,在其以后购买设备,其

$$Cost_{T_0}(t) = \begin{cases} ct & t \leq I_1 \\ c(p/c - 1 - [F^{-1}(p)]) + F(t - p/c + [F^{-1}(p)]) & t \leq I_2 \\ c(p/c - 1 - [F^{-1}(p)]) + p & t \leq I_3 \end{cases} \quad (2)$$

令 $\tau(t) = \frac{Cost_{T_0}(t)}{Cost_{opt}(t)}$,化简得

$$\tau(t) = \begin{cases} 1 & t \leq I_1 \\ 1 + c/p - c[F^{-1}(p)]/p + F(t - p/c + [F^{-1}(p)])/p & t \leq I_2 \\ 2 - c/p(1 + [f^{-1}(p)]) & t \leq I_3 \end{cases} \quad (3)$$

因为策略 T_0 的竞争比 $\tau_0 = \sup(\tau(t))$,同时容易证明 $\tau(t)$ 是非减函数,所以

$$\tau_0 = \sup\{\tau(t)\} = 2 - \frac{c}{p}(1 + [F^{-1}(p)]) \quad (4)$$

3.3 竞争比下界

定理 3:允许退货租赁问题的竞争比下界为 $2 - \frac{c}{p}(1 + [F^{-1}(p)])$ 。

证明:对任意策略 $T \in S$,下面分三种情况讨论:

i) 若 $T \leq T_0$,此时假设设备使用期限 $t = T + [F^{-1}(p)]$ 。于是根据(1)有

$$Cost_{opt}(T + [F^{-1}(p)]) = c(T + [F^{-1}(p)]) \quad (5)$$

根据(2)有

$$Cost_T(T + [F^{-1}(p)]) = cT + F([F^{-1}(p)]) \quad (6)$$

中 $T_0 = p/c - 1 - [F^{-1}(p)]$ 。

定理 2: T_0 策略的竞争比为 $2 - \frac{c}{p}(1 + [F^{-1}(p)])$ 。

证明:若事先知道设备的使用期限,那么当使用期限 $t \leq p/c - 1$ 时候,离线最优的 opt 策略是一直租用,若 $t > p/c$,离线最优的 opt 策略是从使用初就购买而完全不租用,那么有:

$$Cost_{opt}(t) = \begin{cases} ct & t \leq p/c - 1 \\ p & t > p/c \end{cases} \quad (1)$$

若采用 T_0 策略,由定理 1 知当 $t \leq I_1 = [p/c - [F^{-1}(p)]]$,租赁方会选择从 T_0 时购买,并在 t 时刻退货;当 $t \leq I_2 = [1, p/c - 1 - [F^{-1}(p)]]$ 时,租赁方会选择租赁;当 $t \leq I_3 = (p/c, +\infty)$ 时,租赁方会选择从 T_0 时购买,并不再退货。因此有

结合(5)(6)得

$$\tau = \frac{Cost_T(T + [F^{-1}(p)])}{Cost_{opt}(T + [F^{-1}(p)])} = \frac{cT + F([F^{-1}(p)])}{c(T + [F^{-1}(p)])} = 1 + \frac{F([F^{-1}(p)]) - c[F^{-1}(p)]}{c(T + [F^{-1}(p)])} \quad (7)$$

由退货费用函数的定义知 $F([F^{-1}(p)]) - c[F^{-1}(p)] > 0$,所以 τ 在 $T \leq T_0$ 是非增函数,即:

$$\tau \geq \tau_0 = 2 - \frac{c}{p}(1 + [F^{-1}(p)]) \quad (8)$$

ii) 若 $T_0 + 1 \leq T \leq T_0 + 1 + [F^{-1}(p)]$,同样假设设备使用的结束期限 $t = T + [F^{-1}(p)]$ 。于是根据(1)(2)有:

$$\tau = \frac{Cost_T(T + [F^{-1}(p)])}{Cost_{opt}(T + [F^{-1}(p)])} = \frac{cT + F([F^{-1}(p)])}{p} \quad (9)$$

从(9)可看出 τ 在 $T_0 + 1 \leq T \leq T_0 + 1 + [F^{-1}(p)]$ 是非减函数,即(8)成立

iii) 若 $T > T_0 + [F^{-1}(p)] + 1$,同样假设设备使用的结束期限 $t = T + [F^{-1}(p)]$ 。于是根据(1)(2)并类似(ii)也可以得到(8)成立。

综上所述得证。

4 可退货在线租赁的风险回报模型

上一节利用传统的竞争分析方法讨论了可退货在线租赁问题,这一节将利用第 2 节介绍的 Binali 的风险回报竞争分析框架,继续讨论这一问题。采用 Binali 的竞争分析方法讨论在线租赁问题是一个新的研究趋势,文献[12]利用该方法讨论了基本租赁问题,文献[13]讨论了在线租赁问题的一个变型(Bahncard 问题)。下面讨论可退货的在线租赁风险回报模型,按照设备需要使用的期限,可以作出 3 种预期:

预期 1:预计 $t < T_0$,即预计离线对手发出的序列集为 $F_1 = \{t \mid t < T_0\}$ 。在这种预期下在线租赁人为了获得更大收益(即在预期 F_1 下使竞争比小于无预期的情形),那么可选策略 T 应满足 $T < T_0$,又因为当 $T > T_0$ 时,风险会进一步扩大,但收益却不会继续增加。因此供租赁人选择的合理策略集为 $S_1 = \{T = T_0\}$ 。

预期 2:预计 $T_0 + 1 < t < T_0 + 1 + [F^{-1}(P)]$,也即预计离线对手发出的序列集为 $F_2 = \{t \mid T_0 + 1 < t < T_0 + 1 + [F^{-1}(P)]\}$ 。在这种预期下在线租赁人为了获得更多收益,即在预期 F_2 下使竞争比小于无预期的情形,那么可选策略 T 应满足 $T < T_0 + 1 + [F^{-1}(P)] + 1$,又因为当 $T > T_0 + 1 + [F^{-1}(P)] + 1$ 时,风险会进一步扩大,但收益却不会继续增加。因此供租赁人选择的合理策略集为 $S_2 = \{T_0 + 1 < T < T_0 + 1 + [F^{-1}(P)] + 1\}$ 。

预期 3:预计 $t > T_0 + 1 + [F^{-1}(P)] + 1$,也即预计离线对手发出的序列集为 $F_3 = \{t \mid t > T_0 + 1 + [F^{-1}(P)] + 1\}$ 。在这种预期下在线租赁人为了获得更多收益,即在预期 F_3 下使竞争比小于无预期的情形,那么可选策略 T 应满足 $T < T_0$,即合理策略集合为 $S_3 = \{T < T_0\}$ 。

令 τ_0 为无预期下最优策略的竞争比, τ 为策略 T 在预期失败后(即无预期)的竞争比, τ' 为策略 T 在预期成功下的竞争比,那么根据 Binali 的风险回报竞争分析,策略 T 的收益为 τ_0/τ ,风险为 τ'/τ_0 。计算在三种预期 F_1, F_2, F_3 下,各自对应可行策略的收益和风险,计算结果见表 1。

表 1 不同预期和策略下的收益和风险

预期	策略集	预期成功的竞争比 τ'	预期失败的竞争比 τ	收益	风险
$t \in F_1$	$T \in S_1$	1	$2 \frac{c}{p} (1 + [F^{-1}(p)])$	$2 \frac{c}{p} (1 + [F^{-1}(p)])$	1
$t \in F_2$	$T \in S_2$	$\frac{cT + F(t - T - 1)}{ct}$	$\frac{cT + F([F^{-1}(p)])}{p}$	$\frac{2ctp - c^2t - c^2t[F^{-1}(p)]}{pcT + pF(t - T - 1)}$	$\frac{cT + F([F^{-1}(p)])}{2p - c - c[F^{-1}(p)]}$
$t \in F_3$	$T \in S_3$	$\frac{cT + p}{p}$	$\frac{cT + F([F^{-1}(p)])}{c(T + [F^{-1}(p)])}$	$\frac{2p - c - c[F^{-1}(p)]}{cT + p}$	$\frac{cT + pF([F^{-1}(p)])}{c(T + [F^{-1}(p)])(2p - c - c[F^{-1}(p)])}$

定理 4:若在线租赁的风险容忍度为 r ,预期 F_1, F_2, F_3 下收益最大的策略分别为 T_1, T_2, T_3 。那么有: $T_1 = p/c - [F^{-1}(p)] - 1; T_3 = \frac{pF([F^{-1}(p)]) - \kappa(2p - c - c[F^{-1}(p)])[F^{-1}(p)]}{\kappa(2p - c - c[F^{-1}(p)]) - cp}$;

令 $f(T) = \frac{2ctp - c^2t - c^2t[F^{-1}(p)]}{pcT + pF(t - T - 1)}$,那么 T_2 为方程的 $f(T) = \inf_{T \in S_2} \left[\frac{2ctp - c^2t - c^2t[F^{-1}(p)]}{pcT + pF(t - T - 1)} \right]$ 根,其中 $S_2^* = \{T \mid T_0 + 1 < T < r(2p - c - c[F^{-1}(p)]/c - F([F^{-1}(p)]/c))\}$ 。

证明:i) 当预期为 F_1 ,合理的策略集为 $S_1 = \{T = T_0\}$,所以 $T_1 = T_0$ 得证。

ii) 当预期为 F_2 ,当采用策略 $T \in S_2$ 时,由表 1 知采用策略 T 时风险为 $\frac{cT + F([F^{-1}(p)])}{2p - c - c[F^{-1}(p)]}$,因为

在线租赁人的风险容忍度为 r ,所以

$$\frac{cT + F([F^{-1}(p)])}{2p - c - c[F^{-1}(p)]} \leq r \tag{10}$$

化简得:

$$T \leq r(2p - c - c[F^{-1}(p)]/c - F([F^{-1}(p)]/c) \tag{11}$$

因为 $T \in S_2$,结合(11)有 $T \in S_2^*$,其中 $S_2^* = \{T \mid T_0 + 1 < T < r(2p - c - c[F^{-1}(p)]/c - F([F^{-1}(p)]/c))\}$ 。

由表 1 知预期下 F_2 采用策略 $T \in S_2$ 时收益为 $\frac{2ctp - c^2t - c^2t[F^{-1}(p)]}{pcT + pF(t - T - 1)}$,那么收益最大的策略 T_2 应为方程

$$f(T) = \inf_{r, s_2} \left[\frac{2cTp - c^2t - c^2t[F^1(p)]}{pcT + pF(t - T - 1)} \right] \quad (12)$$

的根,其中 $f(T) = \frac{2cTp - c^2t - c^2t[F^1(p)]}{pcT + pF(t - T - 1)}$ 。

iii) 当预期为 F_3 时由表 1 知采用策略 $T \in S_3$ 的风险为 $\frac{cTp + pF([F^1(p)])}{c(T + [F^1(p)])(2p - c - c[F^1(p)])}$, 因

$$\frac{cTp + pF([F^1(p)])}{c(T + [F^1(p)])(2p - c - c[F^1(p)])} > r \quad (13)$$

化简得

$$\frac{pF([F^1(p)]) - r(2p - c - c[F^1(p)])[F^1(p)]}{r(2p - c - c[F^1(p)]) - cp} > T \quad (14)$$

同样由表 1 知采用策略 T 时收益为 $\frac{2p - c - c[F^1(p)]}{cT + p}$ 是 T 的减函数,所以当采用 T_3

策略时能获得最大收益,其中

$$T_3 = \frac{pF([F^1(p)]) - r(2p - c - c[F^1(p)])[F^1(p)]}{r(2p - c - c[F^1(p)]) - cp}$$

推论:当退货费用函数 $F(x)$ 为线性时,有 $T_2 = r(2p - c - c[F^1(p)]) / c - F([F^1(p)]) / c_0$ 。

证明: 由定义 2 容易证明, $\frac{2cTp - c^2t - c^2t[F^1(p)]}{pcT + pF(t - T - 1)}$ 是 $T \in S_2$ 的增函数,所以方程(12)有唯一的根,即:

$$T_2 = r(2p - c - c[F^1(p)]) / c - F([F^1(p)]) / c_0$$

得证。

5 结语

经典的在线租赁研究是基于 Karp 提出的“租雪橇”模型,它一般假设当租赁方购买设备后,不允许退货。本文定义了退货费用函数,在此基础上讨论了允许退货的在线租赁问题。可退货在线租赁是经典在线租赁问题的扩展,它假设在线租赁方在选择购买设备后,如果觉得购买设备不划算,可以在任何时候根据退货费用函数把设备退还给承租方。采用传统的竞争分析方法和风险回报竞争分析方法分别给出各自的最优策略。在线可退货租赁问题也有很好的经济意义,经典的在线租赁本质上是考虑了两个市场(租赁市场和新货购买市场),但现实租赁中往往存在二手货交易市场,可退货租赁考虑了购买后的设备能够退还,事实上是在经典的租赁模

型中引入了一个二手货市场。

在今后的研究中将把利率、购买价格、租赁价格假设为波动情形,讨论可退货在线租赁,同时也讨论和分析该问题的随机性策略。离线租赁问题一般以资产租赁合同分析为基础^[14,15],基于可退货租赁,笔者也计划进一步研究在线合同租赁模型和策略。

参考文献:

- [1] Karp R.. Online algorithms versus offline algorithms: How much is it worth to know the future[C]. Proc. IFIP 12th World Computer Congress, 1992, 416 - 429.
- [2] Karlin A. R., Manaees M. S., McGeogh L., Owichi S.. Competitive randomize algorithms for nonuniform problems [J]. Algorithmica, 1994, 11(1): 542 - 571.
- [3] 徐维军,徐寅峰,卢致杰.具有几何分布统计特征的在线租赁问题研究[J].预测,2005,24(2):46 - 51.
- [4] 徐维军,徐寅峰.具有概率分布直线租赁问题策略研究[J].中国管理科学,2005,13(5):33 - 381.
- [5] Yinfeng Xu, Weijun Xu, Honhyi Li. On the On-line Rent-or-Buy Problem in Probabilistic Environments [J]. Journal of Global Optimization, 2007, 38: 1 - 20.
- [6] Irani S, Ramanathan D. The problem of renting versus buying [Z]. Personal communication, 1998.
- [7] 徐维军,张卫国,胡茂林.租金费用和购买价格连续可变的在线租赁竞争策略分析[J].中国管理科学,2006,14(2):94 - 99.
- [8] El-Yaniv R., Kaniel R., Linial N.. Competitive optimal on-line leasing [J]. Algorithmica, 1999, 25: 116 - 140.
- [9] Xu Weijun, Zhang Weiguo, Hu Maolin. Competitive analysis for online leasing problem with the depreciation factor [J]. Information, 2006, 9(4): 665 - 672.
- [10] Al-Binali S.. A risk-reward framework for the competitive analysis of financial games [J]. Algorithmica, 1999, 25: 99 - 115.
- [11] Sleator D. D., Tarjan R. E.. Amortized efficiency of list update and paging rules [J]. Communications of the ACM, 1985, 28: 202 - 208.
- [12] 朱志军,徐寅峰,徐维军.局内租赁问题的风险补偿模型及其竞争分析[J].管理科学学报,2004,7(3):64 - 74.
- [13] Ding L. L., Xin C. L., Chen J.. A risk-reward competitive analysis of the Bahncard problem [C]. Lecture Notes in Computer Science, 2005, 3521: 37 - 45.
- [14] Schall L. D.. The lease-or-buy and asset acquisition decisions [J]. Journal of Finance, 1974, 29: 1203 - 1214.
- [15] Moller M. H., Upton C. W.. Leasing, buying and the cost of capital services [J]. Journal of Finance, 1976, 31: 761 - 768.

Competitive Analysis and Risk-Reward Model for Online Rental Problem with Canceling Buying Permission

DONG Yu-cheng¹, XU Yin-feng^{1,2}, XU Wei-Jun³

(1. School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. State Key Lab for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an 710049, China;

3. School of Business Administration, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract : The classical online rental problem only considers two options: buy or rent. This paper assumes that the buying-permission can be canceled, and proposes the online rental problem with canceling buying - permission. The proposed problem is a generalization of the classical online rental problem. Using the method of traditional competitive analysis, we design the optimal investment strategy for this problem. Moreover, we also give the optimal strategies under the risk - reward framework. These results can provide a basis for further constructing the framework of the online leasing problem based on contracts.

Key words : online rental problem; competitive analysis; risk - reward model