第 16 卷 第 2 期
2007 年 4 月
运 筹 与 管 理
OPERATIONS RESEARCH AND MANAGEMENT SCIENCE
Vol. 16, No. 2
Apr. 2007

收益约束下在线租赁最小风险策略竞争分析

徐维军[1,2]， 董玉成[3]， 徐寅峰[3]

(1. 华南理工大学 工商管理学院,广东 广州 510641; 2. 香港中文大学 工商管理学院,香港; 3. 西安交通大学 管理学院,陕西 西安 710049)

摘 要:在线算法是研究信息不确定决策问题的一种新工具。应用在线算法研究金融租赁问题(在线租赁)是近年来国内外的一个研究热点。本文在前人研究基础上,讨论了给定收益约束下在线租赁最小风险策略,完善了在线租赁的风险收益竞争分析。同时我们也把基本的在线租赁扩展为可退货在线租赁问题,并进一步讨论了可退货在线租赁问题的风险最小策略。本文结果对在线租赁研究具有重要意义。

关键词:在线算法;竞争分析;租赁;风险

中图分类号:F830 **文章标识码**:A **文章编号**:1007-3221(2007)02-0088-06

Minimum Risk Strategy for Online Leasing Problem with Constrained Reward

XU Wei-Jun[1,2], DONG Yu-cheng[3], XU Yin-feng[3]

(1. *School of Business Administration, South China University of Technology, Guangzhou* 510641, *China*; 2. *Faculty of Business Administration, The Chinese University of Hong Kong, Shatin, N. T., Hong Kong, China*; 3. *School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an* 710049, *China*)

Abstract: In this paper, we extend the basic online leasing problem to online leasing with canceling buying-permission. Under the constrained reward, we further discuss the minimum risk strategy on the basic online leasing problem and the online leasing with canceling buying-permission. The results in this paper are of vital importance for online leasing problem.

Key words: online algorithm; competitive analysis; leasing problem; risk

0 引言

现代金融租赁产生于 20 世纪 50 年代,是一种新的融资方式,它对企业迅速获得设备投入,提高企业资金利用率,促进企业改善经营管理,提高企业经济效益具有重要作用。据世界租赁年报统计,2000 年全球设备租赁交易额已达 5000 亿美元,租赁在设备投资中所占比例,美国已连续 5 年保持在 30 %以上,日本及欧洲等发达国家均在 10～20 %之间,租赁已成为仅次于银行贷款的第二大筹资工具。我国自 80 年代初期以来,租赁作为新兴产业开始出现,近年来我国设备租赁开始占全部设备交易额的 1 %左右,并在快速成长。

收稿日期:2006-11-23

基金项目:国家自然科学基金资助 (750571024); 中国博士后科学基金资助项目(20060400221)

作者简介:徐维军(1975-),男,宁夏人,华南理工大学博士后,研究方向为在线金融算法设计;董玉成(1979-),男,湖北人,博士后,研究方向为金融计算;徐寅峰(1962-),男,吉林人,博士生导师,研究方向为运筹与管理。

在线算法是研究信息不确定决策问题的一种新工具。应用在线算法研究租赁问题(即在线租赁或者占线租赁)是近年来国内外的一个研究热点。在线租赁起源于“租雪橇”模型(Karp,1992)[1],该模型假设在线人(又称局内人或占线人)需要使用某种仪器(例如雪橇、汽车、仪器等),但并不清楚到底会使用设备多长时间,只有在每个阶段开始时才能决定是否继续使用。因此有两种解决方法:一是每个阶段付费租赁 c;另一种就是花更高的价钱 p 将其买下来(不失一般性假设 p/c 是整数)。一旦在线人买下了仪器就不必再付费租赁。问题的目标是决定什么时候租赁和购买能使得竞争比最小(即:在线策略花费与最优离线策略花费的比值尽可能的小)。Karp 证明当在 $p/c-1$ 及其以前的阶段租赁设备,p/c 阶段购买设备这一策略能使该问题达到最小竞争比,$2-c/p$。

结合现实租赁中的实际情况,很多学者对在线租赁的基本模型进行了扩展:Karlin 和 Manaees (1994)[2]首次引入概率分布讨论该问题的随机性策略,徐寅峰等(2006)[3]扩展了在线租赁的随机性策略;Irani 和 Ramanathan(1998)[4]研究了当购买价格波动而租赁费用保持不变情形下的租赁策略,徐维军等(2006)[5]进一步讨论了当购买价格和租赁费用都波动情形下的租赁策略;El-Yaniv (1999)[6]和徐寅峰等(2005)[7]把利率因素引入到在线租赁策略设计,徐维军等(2006)[8]进一步把折扣率引入在线租赁研究中;Binali(1999)[9]讨论了给定风险约束下最大收益的租赁策略(即风险回报模型),丁黎黎等(2005)[10]等讨论 Bahncard 问题(租赁问题的一个变形)的风险回报模型。本文在 Binali 基础上讨论收益约束下风险最小的租赁策略,同时我们会把租赁退货机制引入到基本的在线租赁模型中,进而讨论收益约束下风险最小的可退货在线租赁策略。本文研究对丰富在线租赁的竞争分析具有重要意义。

1　在线算法的风险收益分析框架

传统的在线算法竞争分析中(Sleator 等, 1985)[11],存在着一个供决策者选择的策略集 S 和一个离线对手发出的不确定的序列集 I。在线决策者的目的就是设计一个好的策略 $A\in S$ 以应对离线对手不确定的输入序列 $\sigma\in I$。也就是说,在线决策者相对离线博弈对手而言是一个局内人,而离线对手相对在线决策者而言是无所不知的局外人,二者进行的是一场动态的零和博弈。竞争分析方法与解决此类问题的其它优化方法的区别在于:它在变化因素的每一个特例中都能给出一个方案,使得这一方案所得到的解离最优方案给出的解总在一定的比例之内,从而使在线问题的解始终保持在一个较优的状态,即对在线策略 A 以及任何有限的输入序列 σ,如果存在一个常数 λ 满足

$$\mathrm{Cost}_A(\sigma)\le\lambda\cdot\mathrm{Cost}_{opt}(\sigma)$$

则称在线策略 A 为 λ 竞争策略,或者称 A 具有竞争比 λ。若某在线策略的竞争比满足

$$\lambda^*=\inf_{A\in S}(\lambda_A)$$

则 λ^* 为该在线问题的最优竞争比。

Binali(1999)[8]为了在金融投资决策(主要包括租赁问题、外汇兑换问题和在线拍卖问题等)中更好的利用在线算法工具,提出了在线算法的风险回报模型。对于任意 $A\in S$,Binali 采用策略 A 的竞争比与传统最优竞争比的比值来量化策略 A 的风险,即 $r_A=\lambda_A/\lambda^*$。其中 r_A 的值越大则选择策略 A 的风险也越大。

考虑到在线决策者对离线对手发出的不确定输入序列往往有自己的预测。令 $F\subseteq I$ 为预期输入序列,如果占线决策者能够成功的预期未来的输入序列,便可以得到预期输入下策略 A 的约束竞争比 $\overline{\lambda_A}=\sup_{\sigma\in F}\{\mathrm{Cost}_A(\sigma)/\mathrm{Cost}_{opt}(\sigma)\}$,该预期下的最优约束竞争比为 $\overline{\lambda^*}=\inf_{A\in S}(\overline{\lambda_A})$,Binali 用预期正确下约束竞争比性能的提高来衡量策略 A 容忍风险后所获得的回报收益,具体定义策略 A 的回报收益为 $R_A=\lambda^*/\overline{\lambda_A}$。

在线算法的风险回报分析框架具体如图 1 所示。

本质上,风险回报模型研究的是给定风险约束下收益最大的在线租赁策略,即:令 $S_r=\{A|\lambda_A\le r\cdot\lambda^*\}$ 表示风险忍耐度小于等于 r 的策略集合,去设计一个最优风险策略 $A^*\in S_r$ 使其补偿收益最大,即 $R_{A^*}=\sup_{A\in S_r}\{\lambda^*/\overline{\lambda_A}\}$。在本文进一步研究一个对应问题,考虑给定收益约束下风险最小的在线租赁策略,即令 $S_R=\{A|R\overline{\lambda_A}\le\lambda^*\}$ 表示收益大于等于 R 的策略集合,去设计一个最优风险策略 $\overline{A^*}\in S_R$,其承受的风

险最小,即 $\overline{R_{A^*}} = \inf_{A\in S_R}\{\lambda_A/\lambda^*\}$。Binali 的策略主要针对的是风险偏好的在线决策者,这类决策者在预定的风险水平下,寻求收益最大化。本文研究的策略针对的主要是风险规避的稳健在线决策者,此类决策者预先设定收益目标范围,寻求达到收益目标的最小风险策略。

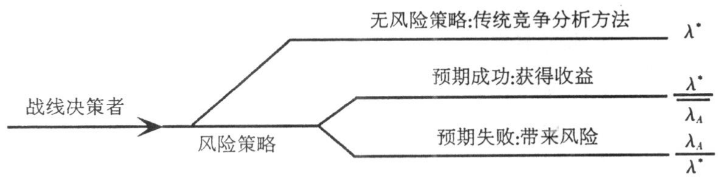

图 1 在线算法的风险回报分析框架图

2 收益约束下风险最小的基本在线租赁策略设计

如前所述,基本的在线租赁模型又称为“租雪橇”问题。即一位滑雪爱好者去加拿大旅游,由于不能事先确定到底将会游玩几天,因此滑雪者每天必须做出决策是买雪橇或者继续租借雪橇,一旦滑雪人买下了雪橇就不必再付费租赁。雪橇可以抽象为某种具体的租赁产品(或设备),假设每天的租赁费用为 c,购买价格为 p(不失一般性假设 p/c 是整数)。令 T 表示在前 $T-1$ 阶段租赁,在 T 阶段购买设备生产这种租赁策略;令 $S=\{T|\ T=1,2,\cdots\}$表示策略全集;令 t 表示使用设备的时间(即设备需要使用 t 阶段);令 $I=\{t|\ t=1,2,\cdots\}$为离线对手发出的设备使用时间的序列集。租赁问题的竞争分析可以看作在线租赁人从 S 中选择策略,而离线对手从 I 中选择设备使用时间,与之进行零和博弈。$Cost_T(t)$ 表示设备使用期限是 t,采用 T 租赁策略的费用,$Cost_{opt}(t)$ 表示采用离线最优的租赁策略 opt 的费用。在传统的竞争分析中一般令 $\lambda_T=\sup_{t\in I}\frac{Cost_T(t)}{Cost_{opt}(t)}$ 表示策略 T 的竞争比,并用它来衡量策略的优劣;令 $\lambda_{T^*}=\inf_{T\in S}(\lambda_T)$ 表示最优竞争比,T^* 表示最优策略。

若事先知道设备的使用期限,那么当使用期限 $t\le p/c-1$ 时候,离线最优的 opt 策略是一直租用,若 $t\ge p/c$,离线最优的 opt 策略是从使用初就购买而完全不租用,那么我们有

$$Cost_{opt}(t)=\begin{cases} ct & t\in\{t\in Z:t\le p/c-1\}\\ p & t\in\{t\in Z:t\ge p/c\}\end{cases} \tag{1}$$

若采用 T 策略,当 $t\le T$ 时,租赁方选择租赁;当 $t>T$ 时,租赁方会选择从 T 时购买。因此有

$$Cost_T(t)=\begin{cases} ct & t\in\{t\in Z:t\le T\}\\ cT+p & t\in\{t\in Z:t>T\}\end{cases} \tag{2}$$

Karp 证明最优策略为 $T^*=p/c$(即当 $p/c-1$ 及其以前租赁,在 p/c 时购买),此时最优竞争比为 $\lambda^*=2-c/p$。本节在下面两个预期基础上,讨论收益约束下最小风险租赁策略。

预期 1:预计 $t\le T^*$,即预计离线对手发出的序列集为 $F_1=\{t:t\le T^*\}$。在这种预期下在线租赁人为了获得更大收益(即在预期 F_1 下使约束竞争比小于无预期的情形),那么可选策略 T 应满足 $T\ge T^*$,又因为当 $T>T^*$ 时,风险会扩大,但收益却不会继续增加。因此供租赁人选择的合理策略集为 $S_1=\{T=T^*\}$。由(1),(2)及约束竞争比的定义,容易得到无预期下策略 $T\in S_1$ 的竞争比为 $\lambda_T=2-c/p$,同时由约束竞争比的定义也容易得到预期 F_1 下策略 T 的竞争比为 $\overline{\lambda_T}=1$。

预期 2:预计 $t>T^*$,也即预计离线对手发出的序列集为 $F_2=\{t:t>T^*\}$。在这种预期下在线租赁为了获得更多收益,即在预期下 F_2 使约束竞争比小于无预期的情形,那么可选策略 T 应满足 $T\le T^*$,即合理策略集合为 $S_2=\{T\le T^*\}$。类似的,容易得到无预期下策略 $T\in S_2$ 的竞争比为 $\lambda_T=\frac{cT+p}{cT}$,同时由预期下竞争比的定义也容易得到预期 F_2 下策略 T 的竞争比为 $\overline{\lambda_T}=\frac{cT+p}{p}$。

根据 Binali 的风险与收益定义知策略 T 的收益为 $\lambda^*/\overline{\lambda_T}$,风险为 λ_T/λ^*。计算在两种预期 F_1 和 F_2 下,各自对应可行策略的收益和风险,计算结果见表 1。

表 1　基本在线租赁问题不同预期和策略下的收益和风险

预期	策略集	收益	风险
$t \in F_1$	$t \in S_1$	$2 - c/p$	1
$t \in F_2$	$t \in S_2$	$\frac{2p - c}{cT + p}$	$\frac{cTp + p^2}{2cTp - c^2 T}$

定理 1　设定在线租赁者预期收益水平为 R(其中 $R > 1$),预期 F_1, F_2 下最小风险策略分别为 T_1, T_2。那么有:(1) 当设定 $R \leq 2 - c/p$ 时, $T_1 = T^* = p/c$, $T_2 = \frac{2p - c - pR}{cR}$;(2) 当 $R > 2 - c/p$ 时,预期 F_1 或 F_2 下都不存在能达到该收益的策略。

证明　在预期 F_1 下,收益为 $2 - c/p$,风险为 1。这显示收益和风险跟策略 $T \in S_1$ 的选择无关,当设定的过高的收益水平,即 $R > 2 - c/p$,则不存能达到该收益的策略;当 $R \leq 2 - c/p$ 时,则任何策略 $T \in S_1$ 都可以最小化风险(这时最小风险为常数 1)。因为 S_1 仅包含唯一的策略 T^*,所以当 $R \leq 2 - c/p$ 时, $T_1 = T^* = p/c$。在预期 F_2 下,收益为$\frac{2p - c}{cT + p}$,风险为$\frac{cTp + p^2}{2cTp - c^2 T}$。因为当 $T \in S_2$ 时最大收益为 $2 - c/p$,所以当 $R > 2 - c/p$,设定的收益水平过高,不存能达到该收益的策略;当设定 $R \leq 2 - c/p$,我们有$\frac{2p - c}{cT + p} \geq R$,此时有 $T \leq \frac{2p - c - pR}{cR}$。又因为风险$\frac{cTp + p^2}{2cTp - c^2 T}$是 T 的减函数,所以当 T 取最大值$\frac{2p - c - pR}{cR}$时风险最小。所以 $T_2 = \frac{2p - c - pR}{cR}$。得证。

3　进一步扩展

本节将定义退货费用函数,并把基本在线租赁问题扩展为可退货在线租赁问题。假设在线租赁方在选择购买设备后,如果觉得购买设备不划算,可以在任何时候花费一定的代价把设备退还给承租方。对于该问题,租赁方和承租方必须首先对退还购买设备的总支付费用达成一个合同条款。

定义 $F(x)$ 是租赁方在购买设备 x 时间后退货所需支付的总费用。根据租赁退货的一些常识,容易知道 $F(x)$ 满足下列性质:(1) $F(x)$ 是增函数,即购买时间越长,所需支付的退货费用越大;(2) 为了保证租赁退货机制的运行,退货费用 $F(x)$ 必须大于租赁费用 cx。这主要是防止恶意退货,因为若购买 x 时间后退货的费用 $F(x)$ 小于租赁费用 cx,那么理性的租赁方(即假设租赁方总是寻求最小化租赁成本费用)总会选择先购买设备生产然后退货;(3) 购买后立即退货的费用应小于 p,即 $F(0) < p$,这是因为若 $F(0) \geq p$,而 $F(x)$ 又是增函数,我们有 $F(x) \geq p$,这会导致在任何时候决策者都不会选择退货,因为退货的费用太大($\geq p$),购买设备后退货总比不退货花费更大。由上述分析我们能抽象出 $F(x)$ 的性质,并正式定义退货费用函数来描述可退货在线租赁问题。

定义 1　定义 $F(x)$ 是在购买设备 x 时间后退货的费用函数,若其满足下列性质:(1) $F(x)$ 是增函数;(2) $F(x) > cx$;(3) $F(0) < p$。

若简化考虑 $F(x)$ 是线性函数,即 $F(x) = A + Bx$,由定义 1 知道 $A < p$, $B > c$。

定理 2　如租赁人采用策略 T 进行租赁,那么理性的租赁人当且仅当设备使用期限 $T < t \leq T + [F^{-1}(P)]$时会选择退货,其中$[F^{-1}(P)]$表示对 $F^{-1}(P)$ 向小取整。

证明　(充分性) 因为采用 T 策略,所以租赁人购货时间为 $t - T$。又因为 $t \leq T + [F^{-1}(P)]$ 且 $F(x)$ 是增函数,那么 $F(t - T) \leq P$。因为理性决策者会选择费用最小的租赁行为,所以选择退货。(必要性) 因为理性决策者选择退货,所以 $T < t$ 且 $F(t - T) \leq P$。由 $F(t - T) \leq P$ 知 $t \leq T + F^{-1}(P)$,又因为 t 是整数,所以 $T < t \leq T + 1 + [F^{-1}(P)]$。得证。

若事先知道设备的使用期限,那么当使用期限 $t \leq p/c - 1$ 时候,离线最优的 opt 策略是一直租用,若 $t \geq p/c$,离线最优 opt 的策略是从使用初就购买而完全不租用,那么我们有

$$\mathrm{Cost}_{opt}(t)=\begin{cases} ct & t\in\{t\in Z:t\le p/c-1\} \\ p & t\in\{t\in Z:t\ge p/c\}\end{cases} \tag{3}$$

若采用 T 策略,由定理 1 知当 $T<t\le T+[F(x)]$,租赁方会选择从 T 时购买,并在 t 时刻退货;当 $t\le T$ 时,租赁方会选择租赁;当 $t>T+[F(x)]$时,租赁方会选择从 T 时购买,并不再退货。因此我们有

$$\mathrm{Cost}_T(t)=\begin{cases} ct & t\in\{t\in Z:t\le T\} \\ cT+F(t-T) & t\in\{t\in Z:T+1\le t\le T+[F(x)]\} \\ cT+p & t\in\{t\in Z:t>T+[F(x)]\}\end{cases} \tag{4}$$

采用传统的竞争分析容易知道:在线可退货租赁的最优竞争策略为 $T^0=p/c-[F^{-1}(p)]$,此时最小竞争比为 $\lambda_{T^0}=2-\frac{c}{p}(1+[F^{-1}(p)])$。限于篇幅我们不详细讨论传统竞争分析具体过程,而主要讨论收益约束下可退货在线租赁的最小风险策略,按照设备需要使用的期限,可以作出 3 种预期:

预期 1 预计 $t\le T_0$,即预计离线对手发出的序列集为 $F_1=\{t:t\le T_0\}$。在这种预期下在线租赁人为了获得更大收益(即在预期 F_1 下使约束竞争比小于无预期的情形),那么可选策略 T 应满足 $T\ge T_0$,又因为当 $T>T_0$ 时,风险会扩大,但收益却不会继续增加。因此供租赁人选择的合理策略集为 $S_1=\{T=T_0\}$。

预期 2 预计 $T_0<t\le T_0+[F^{-1}(P)]$,也即预计离线对手发出的序列集为 $F_2=\{t:T_0<t\le T_0+[F^{-1}(P)]\}$。在这种预期下在线租赁人为了获得更多收益(即在预期下 F_2 使约束竞争比小于无预期的情形),那么可选策略 T 应满足 $T\ge T_0+1$,又因为当 $T\ge T_0+[F^{-1}(P)+1]$时,风险会扩大,但收益却不会继续增加。因此供租赁人选择的合理策略集为 $S_2=\{T_0\le T\le T_0+[F^{-1}(P)]\}$。

预期 3 预计 $t>T_0+[F^{-1}(P)]$,也即预计离线对手发出的序列集为 $F_3=\{t:t>T_0+[F^{-1}(P)]\}$。在这种预期下在线租赁人为了获得更多收益,即在预期 F_3 下使约束竞争比小于无预期的情形,那么可选策略 T 应满足 $T\ge T_0$,即合理策略集合为 $S_3=\{T\le T_0\}$。

令 λ_{T^0} 为无预期下最优策略的竞争比,λ_T 为策略 T 在预期失败后(即无预期)的竞争比,$\overline{\lambda_T}$为策略 T 在预期成功下的约束竞争比,那么根据 Binali 风险收益定义,策略 T 的收益为$\lambda_{T^0}/\overline{\lambda_T}$,风险为 λ_T/λ_{T^0}。计算在三种预期 F_1,F_2,F_3 下,各自对应可行策略的收益和风险,计算结果见表 2:

定理 3 给定在线租赁者预期收益水平为 R(其中 $R>1$),预期 F_1,F_3 下最小风险策略分别为 T_1,T_3。那么我们有:(1) 预期 F_1 下,当设定 $R\le 2-\frac{c}{p}(1+[F^{-1}(p)])$时最小风险策略为 $T_1=T_0=p/c-1-[F^{-1}(p)]$;(2) 预期 F_3 下,当 $R\le 2-\frac{c}{p}(1+[F^{-1}(p)])$时 $T_3=\frac{2p-c-pR-c[F^{-1}(x)]}{cR}$;(3) 预期 F_1 或 F_3 下,当 $R\ge 2-\frac{c}{p}(1+[F^{-1}(p)])$时都不存在能达到该收益的策略。

证明 类似于定理 1 的证明。

表 2 不同预期和策略下的收益和风险

预期	策略集	预期成功的竞争比$\overline{\lambda_T}$	预期失败的竞争比 λ_T	收益	风险
$t\in F_1$	$T\in S_1$	1	$2-\frac{c}{p}(1+[F^{-1}(p)])$	$2-\frac{c}{p}(1+[F^{-1}(p)])$	1
$t\in F_2$	$T\in S_2$	$\frac{cT+F(t^*-T)}{ct^*}$	$\frac{cT+F([F^{-1}(p)])}{p}$	$\frac{2ct^*p-c^2t^*-c^2t^*[F^{-1}(p)]}{pcT+pF(t^*-T)}$	$\frac{cT+F([F^{-1}(p)])}{2p-c-c[F^{-1}(p)]}$
$t\in F_3$	$T\in S_3$	$\frac{cT+p}{p}$	$\frac{cT+F([F^{-1}(p)])}{c(T+[F^{-1}(p)])}$	$\frac{2p-c-c[F^{-1}(p)]}{cT+p}$	$\frac{cTp+pF([F^{-1}(p)])}{c(T+[F^{-1}(p)])(2p-c-c[F^{-1}(p)])}$

其中$\frac{cT+F(t^*-T)}{ct^*}=\sup_{t\in F_2}\left(\frac{cT+F(t-T)}{ct}\right)$。

定理 4 设退货费用函数 $F(x)$为线性函数,预期 F_2 下最小风险策略为 T_2。给定在线租赁者预期收益水平为 R(其中 $R>1$),我们有:(1) 当 $R>\frac{2p-c-c[F^{-1}(p)]}{p+pF(0)}$时不存在该预期下能达到此收益的策略;(2) 当 $R\le\frac{2p-c-c[F^{-1}(p)]}{p+pF(0)}$时 $T_2=G^{-1}(R)$,其中 $G(T)=\frac{2ct^*p-c^2t^*-c^2t^*[F-1(p)]}{pcT+pF(t^*-T)}$。

证明　当 $F(x)$ 是线性函数,我们不难知道 $\frac{cT+F(t-T)}{ct}$ 在 $t\in F_2$ 时是增函数。因为 $\frac{cT+F(t^*-T)}{ct^*} = \sup_{t\in F_2}\left(\frac{cT+F(t-T)}{ct}\right)$,所以 $t^* = T_0 + [F^{-1}(P)]$。在预期 F_2 下,由表 2 知收益为 $G(T) = \frac{2ct^*p - c^2t^* - c^2t^*[F^{-1}(p)]}{pcT + pF(t^*-T)}$,容易证明收益是 T 的增函数。因为当 $T = T_0 + [F^{-1}(P)]$时,收益取最大值为 $\frac{2p-c-c[F^{-1}(p)]}{p+pF(0)}$,所以当 $R > \frac{2p-c-c[F^{-1}(p)]}{p+pF(0)}$,设定的收益水平过高,预期 F_2 下不存能达到该收益的策略;当设定 $R \le \frac{2p-c-c[F^{-1}(p)]}{p+pF(0)}$,我们有 $G(T) \ge R$,此时有 $T \ge G^{-1}(R)$。容易证明风险 $\frac{cT+F([F^{-1}(p)]}{2p-c-c[F^{-1}(p)]}$是 T 的增函数,所以当 T 取最小值 $G^{-1}(R)$时,风险最小,所以 $T_2 = G^{-1}(R)$。得证。

4　结论

对于金融租赁项目管理,传统意义上评估一个租赁项目的投资决策方法主要有静态分析与动态分析方法,即对未来各期盈利能力进行评估,然后进行投资成本与折现收益比较,再决定是否投资。从本质上讲,传统决策方法是收益与成本之间进行比较分析。在线租赁主要是应用在线算法研究租赁策略,是近年的研究热点问题。在线算法决策方法是成本与成本之间或者收益与收益之间进行比较分析。在线决策方法从给定的策略集中找出相对于离线策略而言最优的投资方案,也就是说,在线算法始终与其相应的某一基准算法进行比较。它提供了一种策略性能的测量方法。本文主要讨论在线租赁问题,在 Binali 的研究基础上,进一步提出了收益约束下风险最小的在线租赁策略,同时也扩展基本租赁问题为可退货租赁问题。在线可退货租赁问题有很好的经济意义,基本的在线租赁本质上是考虑了两个市场(租赁市场和新货购买市场),但现实租赁中往往存在二手货交易市场,可退货租赁考虑了购买后的设备能够退还,事实上是在基本租赁模型中引入了一个二手货市场。

在今后的研究中,作者会进一步提出概率预期下在线租赁的风险收益竞争分析方法。无论 Binali 的风险回报模型,还是本文的进一步讨论,都是考虑确定性预期,即要么预期成功,要么预期失败。概率预期不对预期简单的作是和否的判断,而是估计预期出现的概率,在此基础上研究在线租赁将会很好的丰富在线租赁的风险收益竞争分析框架。

参考文献:

[1] Karp R. Online algorithms versus offline algorithms: How much is it worth to know the future[A]. Proc. IFIP 12th World Computer Congress[C]. 1992. 416-429.

[2] Karlin A R, Manaees M S, McGeogh L, Owichi S. Competitive randomize algorithms for nonuniform problems[J]. Algorithmica, 1994, 11(1): 542-571.

[3] Xu Yinfeng, Xu Weijun, Li Hongyi. On the on-line rent-or-buy problem in probabilistic environments[J]. Journal of Global Optimization. Accepted, 2006.

[4] Irani S, Ramanathan D. The problem of renting versus buying[Z]. Personal communication, 1998.

[5] 徐维军,张卫国. 租金费用和购买价格连续可变的在线租赁竞争策略分析[J]. 中国管理科学,2006,14(2):94-99.

[6] El-Yaniv R, Kaniel R, Linial N. Competitive optimal on-line leasing [J]. Algorithmica, 1999, 25:116-140.

[7] 徐寅峰,徐维军,卢致杰. 存在市场利率条件下的在线租赁策略研究[J]. 系统工程,2005, 23(3):29-34.

[8] Xu Weijun, Zhang Weiguo, Hu Maolin. Competitive analysis for online leasing problem with the depreciation factor[J]. Information. 2006, 9(4): 665-672.

[9] Al-Binali S. A risk-reward framework for the competitive analysis of financial games[J]. Algorithmica, 1999, 25:99-115.

[10] Ding LL, Xin CL, Chen J. A risk-reward competitive analysis of the bankcard problem[A]. Lecture Notes in Computer Science[C]. Springer, 2005, 3521: 37-45.

[11] Sleator D D, Tarjan R E. Amortized efficiency of list update and paging rules[J]. Communications of the ACM, 1985, 28: 202-208.