合作竞争博弈模型及其应用①

孙利辉,徐寅峰,李纯青
(西安交通大学管理学院,西安 710049)

摘要:合作竞争已成为当今经济发展战略的大趋势,本文通过合作博弈与竞争博弈的优劣对比,提出合作竞争博弈模型,并用一类 Minimax 定理求解合作竞争博弈均衡. 同时以非对称双寡头合作竞争产量博弈为例,将合作竞争博弈均衡与合作均衡和竞争均衡做了对比分析.

关键词:合作竞争博弈; Minimax 定理; 支付系数
中图分类号: F224.0　　文献标识码:A　　文章编号:1000-5781(2002)03-0211-05

Coopetition game model and its application

SUN Li-hui, XU Yin-feng, LI Chun-qing
(School of Management, Xi′an Jiaotong University, Xi′an 710049, China)

Abstract: Coopetition has become the current strategy trend of the economic development. Coopetition game model is advanced through analysis of the advantages and disadvantages of co-operation game and competition game. One kind of Minimax theorem is adopted to solve the coopetition game model. Then a coopetition game on production of asymmetric duopoly is advanced as an example and the result is compared with that of Nash equilibriums.

Key words: coopetition games; minimax theorem; utility coefficient

0 引　言

随着信息、通信技术、网络以及虚拟组织的发展,企业之间出现了同时既合作又竞争的现象. 合作竞争(co-opetition)首次由 Nalebuff 和 Brandenburger 提出,并用博弈论来描述包含竞争与合作两个组成部分的现象[1]. 同年 Maria Bengtsson 和 Sören Kock 也将既包含竞争又包含合作的现象称为合作竞争(coopetition),并研究了企业网络的合作竞争[2,3]. 其实,合作和竞争研究有史已久. 合作理论就是通过利他而达到利己的目的,将自利整和为共同实现的目标,竞争使自利成为一场争输赢的斗争. Deutsch 的合作和竞争理论将利益主体的目标依存关系分为合作、竞争和独立三种,各合作方对目标关系的认识影响他们相互作用的结果,因而直接影响他们的行动策略[4,5]. 最近各领域又掀起了合作竞争战略研究热潮. Loebbecke[6,7] 等研究了基于合作竞争的知识转移及合作竞争组织间的知识分配理论. Kjell Hausken 研究了团队间的合作竞争,认为利益主体间的竞争有利于利益主体内部成员积极性的提高,其他利益主体内的合作竞争情况也影响该利益主体内部的合作竞争程度[8]. Marc 等认为合作中,利益主体把其他利益群体的活动视为正外部

① 收稿日期:2001-02-04;修订日期:2002-01-02.
基金项目:国家自然科学基金资助项目(19731001).

条件;竞争中,利益主体则将其他活动视为负外部条件[9].

本文认为合作竞争是有别于竞争和合作的一种博弈关系,强调同一关系的两个方面(合作与竞争),独立的竞争者通过合作,强化竞争优势.

1 合作竞争博弈模型

1.1 合作博弈与竞争博弈的比较[10]

博弈论研究决策主体的行为发生直接相互作用时的决策及决策的均衡问题.按决策者相互作用的行为方式可以分为竞争博弈(或非合作博弈)、合作博弈、合作竞争博弈.竞争博弈讨论竞争环境中单个自主采用行动的参与人的可能行动集合及其可能结果(行动组合)的偏好关系.合作博弈讨论有个人偏好的参与人群联合行动的集合族,合作行动由合作方共同采取,不考虑参与人群内部的相互作用和合作细节.

竞争博弈均衡在参与方反应函数(给定其他参与人的决策,各参与人最大化其支付的函数集合)的交点处获得,由于参与人自利,竞争博弈的结果往往是两败俱伤.合作博弈则通过合同,威胁,承诺等,假设各参与方形成一个没有任何矛盾的统一整体,因此合作均衡与垄断企业的均衡一样,力求获取高水平的产出,然而由于合作博弈没有考虑参与人的自利行为,合作体往往被破坏.为解决这对矛盾,本文提出合作竞争博弈方法,使自利的参与人在竞争环境中共同选择较好的联合行动,形成具有稳定均衡解的联盟.

1.2 合作竞争博弈模型

合作竞争博弈建立在个人偏好基础上,以竞争博弈为微观基础.

定义1 一个合作竞争战略博弈$\langle N,(A_i),(\mathrm{uc}_i)\rangle$包括:(1)有限集合$N$(参与人集合);(2)参与人$i\in N$的非空行动战略集合$A_i$;(3)参与人$i\in N$在集合$A=\times_{j\in N}A_j$上的偏好关系$\succ_i$,用对支付函数$u_i$标准化后的支付系数函数$\mathrm{uc}_i: A\to R$表示偏好关系;(4)结果集合$C$、联系结果与行动集合的函数$g: A\to C$,及$C$上的偏好关系集合$\succ_i^*$,当且仅当$g(a)\succ_i^* g(b)$、$\mathrm{uc}_i(a)\geqslant \mathrm{uc}_i(b)$时,$a\succ_i b$成立.

如果每个参与人i的行动集合A_i有限,则称为有限合作竞争博弈.参与人行动集合形成的凸多胞体空间A称为行动空间.支付函数u_i标准化是指参与人的任何支付与其可能得到最高支付的比,因此支付系数函数uc_i就表示参与人相应行动战略组合的满意程度.

定义2 如果对任意$a,b\in A$,一些$\lambda\in(0,1)$满足$\lambda a+(1-\lambda)b\in B$,则必定存在$a,b\in B$,那么称子集$B$为凸多胞体$A$上的行动战略极端集.

对任意$a\in A$,定义a处的战略指标集$M(a)=\{i'\in I\,|\,\mathrm{uc}_{i'}(a)=\max\limits_{i\in I}\mathrm{uc}_i(a)\}$,表示各行动组合下达到最低支付系数的参与人数量.

定义3 如果存在一个战略极端集B,对于任意$a\in A,b\in B$及$M(a)\subseteq M(b)$必定有$M(a)=M(b)$,则称战略a为凸多胞体A上的关键战略.关键战略是极端集上不被其它战略指标集所包含的战略指标集所对应的战略.

定义4 合作竞争博弈$\langle N,(A_i),(\mathrm{uc}_i)\rangle$均衡是关键战略$a^*\in A$:满足

$$a^*=\arg\max_{a\in A}\mathrm{uc}_{i\in M(a)}(a)$$

同时将达到合作竞争博弈均衡的战略称为合作竞争均衡战略,该战略对应的支付组合称为合作竞争均衡支付.由定义知,合作竞争均衡使:给定所有参与人的偏好,各参与人先找到自己在各种战略组合下的保守(最小)支付系数,再在所有保守支付系数中选择较高的支付系数所对应的战略,合作竞争均衡是参与人选择最多战略中的一个.均衡状态处较多参与人获得较高的支付系数,参与人在博弈均衡处达到势均力敌的稳定状态.

2 Minimax 定理及合作竞争博弈解

2.1 Minimax 定理[11]

令$\{G_i(x)\}_{i\in I}$为凸多胞体X上有限多个连续凹函数的集合,且$I=\{1,\cdots,n\}$.一般情况下,函数$F(x)=\max\limits_{i\in I}G_i(x)$在凸多胞体$X$上不一定是凹函数,但其特征类似凹函数.

如果对任意$x,y\in X$一些$\lambda\in(0,1)$满足$\lambda x+(1-\lambda)y\in X$,则必定有$x,y\in Y$,那么称子集$Y$为凸多胞体$X$上的极端集.通常凸多胞体$X$上的极端集包含每个顶点及$X$本身.对任意$x\in$

X，定义 x 处的指标集 $M(x)=\{i'\in I|g_{i'}(x)=\max\limits_{i\in I} g_i(x)\}$，即在 x 点处相交函数的集合. 如果存在极端集 Y，对于任意 $x\in Y$，$y\in Y$ 及 $M(x)\subseteq M(y)$ 必定有 $M(x)=M(y)$，则称 x 为凸多胞体 X 上的关键点.

定理 1　$\{G_i(x)\}_{i\in I}$ 为凸多胞体上有限多个连续凹函数的集合（$I=\{1,\cdots,n\}$），令 $F(x)=\max\limits_{i\in I} G_i(x)$，则 $F(x)$ 的最小值在凸多胞体 X 上的某些关键点处达到.

从定理 1，可以得到下面的推论，其证明过程与定理 1 类似.

推论 1　$\{g_i(x)\}_{i\in I}$ 为凸多胞体上有限多个连续凸函数的集合（$I=\{1,\cdots,n\}$），令 $f(x)=\min\limits_{i\in I} g_i(x)$，则 $f(x)$ 的最大值在凸多胞体 X 上的某些关键点处达到.

推论 2　合作竞争战略博弈 $\langle N,(A_i),(\mathrm{uc}_i)\rangle$ 的关键战略是函数 uc_i 的关键点.

2.2　合作竞争博弈模型算法

由推论 1 和推论 2 可知，合作竞争博弈均衡是关键战略之一，解合作竞争均衡相当于最优化下列问题：

$$\max_{a\in A} \mathrm{uc}_{i\in M(a)}(a)$$

解合作竞争博弈均衡的算法如下：

步骤 0　输入参与人数量 n，决策变量（参与人行动空间）和支付函数（含参数）；

步骤 1　将支付函数标准化为支付系数函数；

步骤 2　计算各顶点的支付系数；

步骤 3　令 $i=0$，$k=n-i$. 当 $k\neq 1$ 时，使任意 k 个支付系数函数相等；若解为空，则令 $i=i+1$，重复步骤 3；若解非空，记录这 k 个支付系数相等的函数集合及支付系数函数值，执行步骤 4；当 $k=1$ 时，简化为解低支付系数函数的最大化，执行步骤 5.

步骤 4　比较各顶点的支付系数与 k 个相等支付系数的函数值，解最高支付系数及相应的函数集合.

步骤 5　记录合作竞争均衡解.

3　双寡头产量博弈

3.1　问题描述

假设两寡头企业 $i(i=1,2)$ 通过合作竞争产量战略最大化支付系数. 产量博弈中企业、产量决策、产量决策组合、利润，即合作竞争博弈模型中的参与人、行为决策、结果和支付，并根据定义可得到支付系数函数. 假设决策的产量战略组合 $x=(x_1,x_2)$ 的集合 X 为凸多胞体（$x_i\in[0,\infty]$ 表示企业 i 的产量），产品的线性逆需求函数为 $P=a-(x_1+x_2)$（$P\geqslant 0$ 为价格，将 $a>0$ 称为市场潜在需求量），成本函数 $C_i(x_i)=c_ix_i$（常数 $c_i>0$），企业 i 在战略组合 x 下的支付系数函数为 $\mathrm{uc}_i(x)=u_i(x)/u_i^{\max}$，其中 $u_i^{\max}=(a-c_i)^2/4$ 为企业 i 垄断市场时的最大支付；$u_i(x)=Px_i-C_i(x_i)$ 是企业 i 在战略组合 x 下获得的支付. 战略组合 x 下的支付系数函数组合为 $(\mathrm{uc}_1(x),\mathrm{uc}_2(x))$.

3.2　确定战略极端集

根据战略极端集的定义，(x_1,x_2)，$x_i=[a_i,b_i]$（其中 $0\leqslant a_i\leqslant x_i\leqslant b_i\leqslant(a-c_i)$）都是战略极端集.

3.3　关键战略的数值解

根据推论 1，一类关键战略为凸多胞体 X 的顶点，另一类关键战略为凸多胞体 X 的内关键战略. 由于企业 i 的产量空间为 $0\leqslant x_i\leqslant(a-c_i)$，因此所有顶点处支付系数不大于 0. $\mathrm{uc}_1(a-c_1,0)=\mathrm{uc}_1(0,0)=\mathrm{uc}_2(0,a-c_2)=\mathrm{uc}_2(0,0)=0$，$\mathrm{uc}_1(a-c_1,a-c_2)=\mathrm{uc}_2(a-c_1,a-c_2)\leqslant 0$.

内关键战略确定了企业的产量关系 $\mathrm{uc}_1(x)=\mathrm{uc}_2(x)$，合作体在该约束下最大化支付系数. 例如令 $a=3$，$c_1=2$，$c_2=1$，则企业间的产量关系为 $4x_1^2-4x_1-x_2^2+2x_2+3x_1x_2=0$. 用数值计算方法进行计算机求解，计算模拟结果如图 1-2，横轴和纵轴表示两个企业的决策产量，$\mathrm{uc}(x)$ 为产量组合下的支付系数函数. 为了比较，图 1 和图 2 分别为将各参与人决策空间 $x_i\in[0,a-c_i]$ 分别做 1 000、100 等分（精度 0.001）的模拟结果. 根据合作竞争博弈均衡的定义，比较各顶

点和内关键点处的支付系数，得到均衡战略和均衡支付分别为 $x=(0.29, 0.32)$，$u=(0.112, 0.448)$，如表1控制精度和决策空间的等分步长可根据问题要求调节.

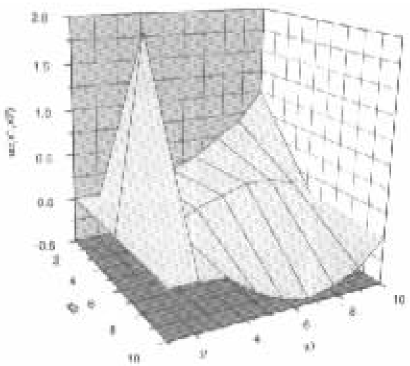

图1 a-c_i 1 000 等分时的等支付系数

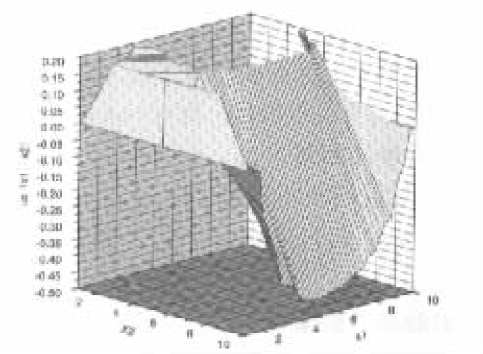

图2 a-c_i 1 000 等分时的等支付系数

表1 两种精度下均衡战略与均衡支付的比较

决策空间等分	产量战略组合		支付系数	支付组合	
	x_1	x_2	uc(x)	u_1	u_2
1 000	0.292 0	0.324 0	0.448 5	0.112 1	0.448 5
100	0.280 0	0.320 0	0.448 0	0.112 0	0.448 0

3.4 模拟分析

通过对市场潜在需求和成本各种组合的大量仿真模拟分析，发现合作竞争博弈均衡与市场潜在需求(逆线性需求函数中的常数 a)和企业成本有关. 结论如下：

定义5 市场潜在需求与企业成本的差异 $(a-c_i)$ 称为需求成本差异度，企业间成本的差异 (c_i-c_j) 称为成本差异度.

命题1 双寡头产量合作竞争博弈中，企业满意度与需求成本差异度和成本差异度有关，如果企业间成本差异度和需求成本差异度不变，则企业的支付系数一致.

证明 假定 $c_1>c_2$、$a-c_1=m(c_1-c_2)$，则

$$\mathrm{uc}(x)=\frac{x_1(a-c_1-x_1-x_2)}{(a-c_2)^2/4}=\frac{x_2(m(c_1-c_2)-x_1-x_2)}{m^2(c_1-c_2)^2/4}$$

命题2 双寡头产量合作竞争中，需求成本差异度越大或成本差异度越小，则双寡头均衡支付越接近.

证明 假定 $c_1>c_2$、$a-c_1=m(c_1-c_2)$ 则

$$\frac{x_1(a-c_1-x_1-x_2)}{m^2(c_1-c_2)^2/4}=\frac{x_2(a-c_2-x_1-x_2)}{(m+1)^2(c_1-c_2)^2/4}$$

$$\frac{u_1(x)}{u_2(x)}=\frac{x_1(a-c_1-x_1-x_2)}{x_2(a-c_2-x_1-x_2)}=\frac{(m+1)^2}{m^2}$$

3.5 合作竞争均衡与竞争均衡、合作均衡之间的比较

上例中，双寡头竞争均衡战略 x_{NASH}、均衡支付 u_{NASH} 为

$$x_{\mathrm{NASH}}=\left(\frac{1}{3}(a-2c_1+c_2),\frac{1}{3}(a+c_1-2c_2)\right) \tag{1}$$

$$u_{\mathrm{NASH}}=\left(\frac{1}{9}(a-2c_1+c_2)(a-2c_2+c_1),\ \frac{1}{9}(a-2c_1+c_2)(a-2c_2+c_1)\right) \tag{2}$$

令 $a=3, c_1=2, c_2=1$，得 $x_{\mathrm{NASH}}=(0,1)$，$u_{\mathrm{NASH}}=(0,0)$.

合作博弈认为双寡头合作联盟相当于一家有足够生产能力的垄断企业，最大化总支付

$$G(x_N)=x_1(a-c_1-x_1-x_2)+x_2(a-c_2-x_1-x_2) \tag{3}$$

式(3)无解，说明 NASH 均衡无法求解非对称成本企业合作博弈解.

对比 $u_{\mathrm{COOPETITION}}=(0.112, 0.448)>u_{\mathrm{NASH}}=(0,0)$，发现合作竞争均衡有很大优越性.

综上所述，无论从问题建模还是研究方法上，合作竞争博弈模型具有很大优越性. 合作竞争博弈模型能解决非对称企业的合作问题，保证各企业达到一定满意度. 用 Minimax 定理导出的均衡算法只要求参与方的支付系数函数为凸函数或凹函数，且求解简洁方便，弥补了 NASH 均衡无法求解非对称合作博弈的遗憾. 并且商业发展趋势是既合作又竞争，因而用 Minimax 定理求解合作竞争博弈问题也具有重要的现实意义.

4　结论

本文对比了合作与竞争博弈的优劣,建立了合作竞争博弈模型,并用 Minimax 定理导出求解合作竞争博弈的算法. 研究表明合作竞争博弈模型有很大的现实意义及优势,它只要求参与方的函数为凸函数或凹函数,可以解不可微、不规则等连续性较差的函数.

双寡头合作竞争产量博弈结果表明:企业的均衡满意度与需求成本差异度和成本差异度有关,给定企业的成本差异度和需求成本差异度,企业的满意度一致;需求成本差异度越大或成本差异度越小,两企业的均衡支付越接近. 比较了合作竞争均衡与合作均衡、竞争均衡,发现合作竞争均衡有很大的优越性.

如何用 Minimax 定理通过关键结构求解合作竞争博弈均衡的精确解有待于进一步研究.

参 考 文 献:

[1] Nalebuff Barry,Brandenburger Adam. Co-opetition[M]. Cambridge,MA: Harvard Business Press,1996

[2] Maria Bengtsson,Sören Kock. Cooperation and competition among horizontal actors in business networks[C]. Paper presented at the 6th Work-shop on Interorganizational Research,1996. 23-25

[3] Maria Bengtsson,Sören Kock. "Coopetition" in business networks-to cooperate and compete simultaneously[J]. Industrial Marketing Management,2000,29:411-426

[4] Deutsch M. The relation of conflict[M]. New Haven,CT: Yale University Press,1973

[5] Deutsch M. Over fifty years of conflict research[A]. in Festinger. L. (ED). Four Decades of Social Psychology[M]. New York: Oxford University Press,1980. 46-77

[6] Loebbecke C,van Fenema P C, Powell P. Knowledge transfer under coopetition[J]. American Management System,1997,(2):215-229

[7] Loebbecke C,van Fenema P C. Towards a theory of interorganizational knowledge sharing during coopetition[C]. Proceedings of European Conference on Information Systems,France: Aix-en-Provence,www. di. no/dep2/infomgt/wg82-86/proceedings,1998. 1632-1639

[8] Hausken Kjell. Cooperation and between-group competition[J]. Journal of Economic Behavior & Organization,2000,42: 417-425

[9] Marc W,Athony Z. Farming and cooperation in public games: An experiment with an interior solution[J]. Economic Letters,1999,65:322-328

[10] 马　丁·奥斯本,阿里尔·鲁宾斯坦. 博弈论教程[M]. 北京:中国社会科学出版社,2000. 227-228

[11] Du D-Z. An approach for proving lower bounds: Solution of Gilbert -Pollak's conjecture on Steiner ratio[J]. FOCS,1990,(1):76-85

作者简介:

孙利辉(1972-),女,河南孟津人,博士生,讲师. 研究方向:博弈论应用、合作创新.

徐寅峰(1962-),男,辽宁人,博士,博士生导师. 研究方向:组合优化.