文章编号:1003 - 207(2003)02 - 0081 - 05

对称成本企业合作竞争博弈分析

刘春草,孙利辉,徐寅峰

(西安交通大学管理学院,西安 710049)

摘 要:企业间的合作竞争已成为当今世界经济发展战略的大趋势,本文采用 Minimax 定理来进行合作竞争的战略决策,该决策战略能确保均衡点处达到较高满意度的企业数量较多。将 Minimax 定理用于线性逆需求对称成本企业合作竞争的产量战略博弈,并与完全竞争市场中的 NASH 博弈均衡和完全合作均衡进行了对比,最后提出了对付非合作行为的战略。

关键词:合作竞争博弈;Minimax 定理;NASH 均衡

中图分类号:C931 文献标识码:A

1 引言

随着信息、通信技术、网络以及虚拟组织的发展,企业之间出现了同时既合作又竞争的现象。合作竞争(co-opetition)首次由耶鲁大学的 Nalebuff 教授和哈费大学的 Brandenburger 教授[1]提出并用来描述包含竞争与合作两个组成部分的现象,同时他们通过博弈论阐明了合作竞争的重要性。随后诸多学者在各领域研究了合作竞争战略。例如,Maria Bengtsson 和 S ren Kock[2][3]将既包含竞争又包含合作的现象称为合作竞争(coopetition),并研究了企业网络的合作竞争。Claudia Loebbecke[4][5]等人研究了基于合作竞争的知识转移及合作竞争组织间的知识分配理论。John Piescik[6]研究了网络与医疗中心的合作竞争。Kjell Hausken 和 Stavanger[7]研究了团队间合作竞争,发现在背叛博弈(defection game)中可能导致高成本合作,团队要想独立就必须提高内部的合作水平,如果团队合作程度提高、成本下降或收益提高,就会扩大合作部门。Chao-cheng Mai 和 Shin-kun Peng[8]证明了以信息交流进行合作的两个企业在两阶段 Hotelling 合作竞争博弈模型中,子博弈完美均衡可能在从最小差异到最大差异的范围内达到,均衡点依赖于双方合作效果与竞争效果的相对强度。

本文认为合作竞争是同一关系的两个方面,合作是手段,竞争是目的。联盟成员通过合作获得最大收益并保持和扩大自己的竞争优势。合作竞争关系是一种不同于完全竞争博弈及合作博弈的博弈关系。在完全竞争博弈中,各企业都是自利的、各自独立做出决策,因此博弈均衡往往达到具有个人理性而集体非理性的‘公共地悲剧’性质的困境。合作博弈则认为合作联盟相当于垄断市场中一家具有足够生产能力的企业,不考虑合作各方具有独立行为能力,因此联盟往往由于战略制定、利益分配不合理而解体。目前常用 NASH 均衡理论来求解竞争或合作博弈问题,但是采用 NASH 均衡理论求解博弈问题时要求各参与方的支付函数一阶可微,因而 NASH 均衡理论不适用于连续性较差的支付函数,而且非对称成本企业难以达成合作竞争联盟。

随着合作竞争日益成为生产制造、商业贸易、技术开发、产学研等各领域的发展战略,完全竞争与完全合作战略终将被合作竞争战略所替代,因此博弈问题的研究必须在建模及研究方法上进行探索和创新。

本文采用 Minimax 定理来建立并求解合作竞争博弈模型,该方法的优点是能维持合作竞争联盟,同时在联盟之初就确定了合作竞争战略,并且能保证均衡点处达到较高满意度的企业数量较多,而且各企业的收益比完全竞争时高,即使非对称成本企业也能达到合作竞争联盟。除此以外,采用 Minimax 定理求解各类博弈问题具有很大优势,因为它只要求参与方的函数为凸函数(凹函数可以通过适当的变换转化为凸函数),可以解不可微、不规则等连续性较差的凸函数。本文以下部分将详细介绍 Minimax 定理用于求解凸线性逆需求函数对称成本企业

收稿日期:2002 - 10 - 09;修订日期:2003 - 03 - 01
基金项目:国家自然科学基金资助项目(19731001)
作者简介:刘春草(1970 -),女(汉族),湖南茶陵人,西安交通大学管理学院管理科学系 2000 级博士研究生,研究方向:管理科学与工程.

的合作竞争产量博弈的方法。同时本文在研究中发现达成合作竞争联盟的各企业在产量战略均衡处的支付系数相等,且等于企业数量的倒数,利润与企业的数量成反比。

2 合作竞争博弈

2.1 竞争博弈(或非合作博弈)与联盟博弈(或合作博弈)的区别

竞争博弈讨论单个参与人的可能行动集合及其可能结果(一个行动组合)的偏好关系;每个行动由参与人自主采用。

联盟博弈讨论参与人群的联合行动集合族,不考虑参与人群内部的相互作用,博弈结果是形成的联盟及其所采取的联合行动,不依赖于联盟形成的细节。

联盟博弈中的基本要素是每个参与人群(联盟)独立于其他参与人所采取的联合行动集合族,并且联盟中参与人有关于可能结果集合的偏好关系组合。行动由联盟采取,理论是建立在个人偏好基础上。联盟均衡解是不受参与人群偏离行为影响博弈结果的稳定集合。

竞争博弈均衡表明由于参与人仅仅考虑自己的利益,而往往形成两败俱伤的结果。联盟博弈则通过合同,威胁,承诺以获取较高水平的产出,因为没有考虑博弈参与人个人的利益,使联盟往往被违背合同或承诺等行为破坏,威胁更是不起什么作用。为解决这一对矛盾,本文提出合作竞争博弈方法,使参与人在竞争环境中形成联盟,自利的联盟成员选择较好的联合行动,并且合作竞争博弈均衡解具有稳定性。

2.2 合作竞争博弈

合作竞争博弈建立在个人偏好基础上,以竞争博弈为微观基础。其基本要素是:参与人的可能行动集合及参与人关于博弈可能结果的偏好关系。

定义 1 一个合作竞争战略博弈包括:

·有限集合 N(参与人集合)

·对每个参与人 $i \in N$ 有非空集 A_i(对参与人 i 有效的行动集合)

·对每个参与人 $i \in N$,一个建立在集合 $A = x_{j \in N} A_j$ 上的偏好关系 $>_i$(参与人 i 的偏好关系)

如果每个参与人 i 的行动集合 A_i 有限,则该合作竞争博弈有限。

有时参与人的偏好很自然的过度到结果集合上而不是行动组合本身。因此引进一个结果集合 C,一个联系结果与行动集合的函数 $g: A \to C$,以及 C 上的偏好关系集合 $>_i^*$。在战略博弈中每个参与人的偏好关系 $>_i^*$ 被定义为:$a >_i b$ 当且仅当 $g(a) >_i^* g(b)$。

通常竞争战略博弈中参与人 i 的偏好关系 $>_i$ 可以用支付函数 $u_i: A \to R$ 来表示,该函数的意义是,只要 $a > ib$,就有 $u_i(a) \geqslant u_i(b)$。通过支付函数可以确定参与人的偏好关系,并将博弈表示为 $< N, (A_i), (u_i) >$ 而不是 $< N, (A_i), (>_i) >$。

在合作竞争博弈中我们用支付系数 $uc_i: A \to R$ 表示参与人 i 的偏好关系 $>_i$。其意义是,只要 $a >_i b$,就有 $uc_i(a) \geqslant uc_i(b)$。通过支付系数确定一个参与人的偏好关系,并将博弈表示为 $< N, (A_i), (uc_i) >$。支付系数是参与人在各战略组合中的支付与其在所有战略中最高支付的比,即支付函数的标准化。

定义 2:合作竞争博弈 $< N, (A_i), (uc_i) >$ 的均衡是某个行动组合 $a^* \in A$,对每个参与人 $i \in N$。有

$$\max_{a_i \in A_i} \min_{i \in I} uc_i(a_{-i}^*, a_i^*) >_i \max_{a_i \in A_i} \min_{i \in I} uc_i(a_{-i}^*, a_i)$$

这样,纳什均衡 a^* 必须满足:给定所有参与人的支付系数偏好,各参与人先找到自己在各种战略组合下的保守支付系数,再在所有保守支付系数中选择较高的支付系数所对应的战略,均衡点是参与人选择最多的点中的一个。因此在均衡状态处较多参与方获得较高的支付系数,参与人在博弈均衡处达到势均力敌的稳定状态。

3 Minimax 定理[9]

令 $\{G_i(x)\}_{i \in I}$ 为凸多胞体 X 上有限多个连续凸函数的集合,且 $I = \{1, \cdots, n\}$。一般情况下,函数 $F(x) = \max_{i \in I} G_i(x)$ 在凸多胞体 X 上不一定是凸函数。然而,函数的特征类似于凸函数,但是 $F(x)$ 的最小值在 X 上有限多个特殊点上达到。

如果对任意 $x, y \in X$,对一些 $\lambda \in (0,1)$ 满足 $\lambda x + (1 - \lambda) y \in X$,则必定存在 $x, y \in Y$,那么称凸多胞体 X 上的子集 Y 为 X 上的极端集。通常凸多胞体 X 上的极端集包含每个顶点及 X 本身。对任意 $x \in X$,定义 x 处的指标集 $M(x) = \{i' \in I \mid g_{i'}(x) = \max_{i \in I} g_i(x)\}$,也就是说 x 处的指标集为在 x 点处相交函数的集合。如果存在一个极端集 Y,对于任意 $x \in Y, y \in Y$ 及 $M(x)$ $M(y)$ 必定有 $M(x) = M(y)$,则称凸多胞体 X 上点 x 为关键点。关键点是极端集

上不被其它指标集所包含的指标集所对应的点。

定理 1：$G_i(x)$ 为凸多胞体上有限多个连续凸函数的集合（$i \in I$），令 $F(x) = \max_{i \in I} G_i(x)$，则 $F(x)$ 的最小值在凸多胞体 X 上的某些关键点处达到。

从定理 1，我们可以得到下面的推论：

推论 1：$g_i(x)$ 为凸多胞体上有限多个连续凸函数的集合（$i \in I$），令 $f(x) = \min_{i \in I} g_i(x)$，则 $f(x)$ 的最大值在凸多胞体 X 上的某些关键点处达到。

合作竞争均衡战略的决策准则是：均衡战略是所有合作方最小收益中的最大收益所对应的战略组合。上述均衡产量的决策过程如下，根据 Minimax 定理寻找凸多胞体 X 上极端集内的所有关键点，最后根据市场中的合作与竞争原则选择均衡战略，企业在均衡战略点处达到势均力敌状态，各企业不能或不愿意改变现状。

4　N 寡头的合作竞争博弈

4.1　问题描述

假定市场中有 n 家自利的企业合作生产同一产品，其合作竞争战略是产量组合，目标为支付系数。用 $i(i \in I)\ i = 1,2,\cdots,n$ 表示企业，企业 i 的产量为 $x_i \in X_i$，成本为 $C_i(x_i) = cx_i(c > 0, x_i > 0)$，逆需求函数为 $P(x) = a - (x_1 + x_2 + \cdots + x_n)(P \geqslant 0$ 为价格，$Q(P)$ 为产量）。n 家企业产量组合 X 为凸多胞体，支付函数为 $u_x^i = Px_i - C_i(x_i)$，支付系数为 $g_i(x) = u_x^i / u_{\max}^i$，表示企业在当前战略组合下获得利润的满意程度。企业 i 垄断市场时的最大利润为 $u_{\max}^i = (a - c_i)^2/4, 0 \leqslant x_i \leqslant (a - c)$。则：

$$g_i(x) = \frac{x_i P\left(\sum_{j=1}^n x_j - C_i(x_i)\right)}{U_{i_{\max}}} = \frac{x_i\left(a - c - \sum_{j=1}^n x_j\right)}{(a - c)^2/4} \quad i = 1,2\cdots n \tag{1}$$

4.2　找关键点

根据推论极端集包含凸多胞体 X 的每个顶点及其本身。凸多胞体 X 项点的个数共有 $\sum_{n=0}^n C_n^k$ 个，C_n^k 表示 k 家企业生产垄断产量 $a - c_i(1 = 1,2\cdots, n)$，其余企业生产 0 的状态。

接下来求凸多胞体 X 非顶点处极端集内的关键点（内关键点）。用极端集定义分析企业的产量空间 $0 \leqslant x_i \leqslant (a - c)$，发现任何 n 维空间 $(x_1, \cdots, x_i, \cdots, x_n)$，$x_i = [a_i, b_i]$，$0 \leqslant a_i \leqslant x_i \leqslant b_i \leqslant (a - c)$ 都是极端集。内关键点在函数相交处的极端集上达到，且极端集上的指标集不被别的指标集包含。

针对具体问题，先解 n 条函数 $g_i(x)$ 全部相交的内关键点。如果某极端集上该内关键点处指标集为 n 条函数的集合，则该关键点是 X 上唯一内关键点。该内关键点不存在，继续求 $n-1$ 条函数 $g_i(x)$ 相交（共 n 次）时的内关键点，…，直到找到全部内关键点。

本例中，先解 n 条函数 $g_i(x)$ 全部相交的关键点。令式(1)在 $i = 1,2,\cdots,n$ 时全部相等，得 $x_1 = \cdots = x_i. = \cdots = x_n$。因为 n 条函数 $g_i(x)$ 相交处的关键点是 $X_N = (x_1, \cdots, X_i, \cdots, x_n)$ 且 $x_1 = \cdots = x_i. = \cdots = x_n$。关键点 X_N 处的指标集是 $M(x) = \{1, 2, \cdots, n\}$，因此该关键点是 X 上唯一内关键点（点集）。

4.3　根据合作竞争原理确定均衡产量

通过观察式(1)可以发现各顶点处企业的函数值如下：

$$g_i(a - c_i) = g_j(0) = 0 \quad i, j = 1,2,\cdots,n \tag{4}$$

即顶点处各企业的支付为 $g_i(a - c_i) = g_i(0) = 0$。

在内关键点 X_N 处，有 $x_1 = \cdots = x_i. \cdots = x_n$，则：

$$g_i(X_N) = \frac{x_i\left(a - c - \sum_{j=1}^n x_j\right)}{(a - c)^2/4} = \frac{\frac{(a-c)^2}{4n} - nk_i\left[x_i - \frac{(a-c)}{2n}\right]^2}{(a-c)2/4} \quad i = 1,2,\cdots,n \tag{5}$$

由于内关键点确定了等成本合作竞争联盟中各企业的产量关系，那么联盟最优生产战略及各企业的生产战略是什么呢？在 $x_1 = \cdots = x_i. = \cdots = x_n$ 约束下最大化式(5)，得内关键点处的产量战略 X_N^* 及支付 $g_i(X_N^*)$ 如下：

$$X_N^* = \left(\frac{a-c}{2n}, \frac{a-c}{2n}, \cdots, \frac{a-c}{2n}, \cdots, \frac{a-c}{2n}\right) \tag{6}$$

$$g_i(X_N^*) = \frac{x_i\left(a - c - \sum_{j=1}^n x_j\right)}{(a-c)^2/4} = \frac{\frac{(a-c)^2}{4n} - nk_i\left[x_i - \frac{(a-c)}{2n}\right]^2}{(a-c)2/4} = \frac{1}{n} \quad i \in I \tag{7}$$

在内关键点处各企业的支付系数为 $g_i(X_N^*) = 1/n$。

由于市场上既存在竞争又存在利润，在合作竞争的情况下，不可能由一家企业垄断市场，也不可能使各家企业独自决策产量达到个人理性而集体非理性（各企业的支付系数低）。在所有顶点处各企业的支付系数均为零（集体非理性），不可能成为均衡点。

内关键点 $X_N^* = (\frac{a-c}{2n}, \frac{a-c}{2n}, \cdots, \frac{a-c}{2n}, \cdots, \frac{a-c}{2n})$ 既能保证各企业赢利也符合市场竞争原则，因此是唯一均衡点。

由以上研究可以得到如下推论：

推论 2　在线性逆需求函数市场中，等成本企业在产量决策的合作竞争博弈中，各企业在产量博弈均衡处的支付系数相等，且支付系数仅与企业的数量有关，为企业数量的倒数。

推论 3　在线性逆需求函数市场中，等成本企业在产量决策的合作竞争博弈中，各企业在产量博弈均衡处的利润与企业的数量成反比。

4.4　合作竞争均衡与 NASH 均衡及垄断均衡之间的比较

现分析合作竞争均衡点与用完全竞争下的 NASH 博弈均衡、垄断均衡之间的异同。

合作竞争均衡点处的均衡价格和均衡利润为：

$$u_N^* = (\frac{(a-c)^2}{4n}, \frac{(a-c)^2}{4n}, \cdots, \frac{(a-c)^2}{4n}, \cdots, \frac{(a-c)^2}{4n}) \tag{8}$$

$$p_N^* = a - \sum_{i=1}^{n} \frac{a-c}{2n} = \frac{a+c}{2} \tag{9}$$

用 NASH 均衡求解的完全竞争市场中的均衡战略 x_{NASH}、均衡利润 u_{NASH} 与均衡价格 p_{NASH} 如下：

$$x_{NASH} = (\frac{a-c}{n+1}, \frac{a-c}{n+1}, \cdots, \frac{a-c}{n+1}, \cdots, \frac{a-c}{n+1}) \tag{10}$$

$$u_{NASH} = (\frac{(a-c)^2}{(n+1)^2}, \frac{(a-c)^2}{(n+1)^2}, \cdots, \frac{(a-c)^2}{(n+1)^2}, \cdots, \frac{(a-c)^2}{(n+1)^2}) \tag{11}$$

$$p_{NASH} = a - \sum_{i=1}^{n} \frac{a-c}{n+1} = \frac{a+nc}{n+1} \tag{12}$$

用 NASH 均衡求解合作博弈，认为合作联盟相当于垄断市场中一家具有足够生产能力的企业，其均衡战略 $x_{MONOPOLY}$、均衡利润 $u_{MONOPOLY}$ 与均衡价格 $p_{MONOPOLY}$ 如下：

$$u_{MONOPOLY} = \sum_{i=1}^{n} x_i (a - c - \sum_{i=1}^{n} x_i)$$
$$= -(\sum_{i=1}^{n} x_i - \frac{a-c}{2})^2 + \frac{(a-c)^2}{4} \tag{13}$$

$$p_{MONOPOLY} = a - \sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{a+c}{2} \tag{14}$$

比较(8)～(14)：$p_N^* = p_{MONOPOLY} \geqslant p_{NASH}$；$u_N^* = u_{MONOPOLY} \geqslant u_{NASH}$；$x_N^* = x_{MONOPOLY} \leqslant x_{NASH}$（其中 $u_N^* = \sum_{i=1}^{n} u_i$；$x_N^* = \sum_{i=1}^{n} x_i$）。通过比较 Minimax 合作竞争均衡与 NASH 均衡、垄断均衡，可以发现 Minimax 战略及其均衡的特色：①采用合作竞争避免企业数量较多时，商品价格与成本无限接近，无利可图。合作竞争也可能使企业将一部分力量用于技术创新，提高产品的技术含量。②合作竞争战略在联盟之初就确定了各企业产量和利润战略，解决了垄断联盟可能出现的因产量和利润分配而解体的弊端。③NASH 均衡方法要求参与方函数一阶可微。而 Minimax 定理可以解不可微、不规则等连续性较差的凸函数。④当今企业发展趋势是既合作又竞争，几乎不存在完全竞争或完全合作，因此，运用 Minimax 定理求解博弈问题具有现实意义。

4.5　采用‘针锋相对’战略维持联盟的合作

长期生产的企业有必要维持长期合作，一旦出现不合作，企业之间竞争就陷入了“囚徒困境”。我们建议采用‘针锋相对’(tit for tat，TFT)战略对付有非合作意图的企业。Robert Axelrod[10] 征集了 63 个来自经济学、心理学、社会学、政治学和数学领域博弈论专家的‘囚徒困境’博弈战略程序，通过各种战略之间的重复“囚徒困境”循环赛，累计各个战略的得分，出人意料的是仅 4 行的最短程序‘针锋相对’战略(最长的程序长达 152 行)赢得了冠军。“针锋相对’战略由多伦多大学的心理学教授 Anatol Repoport 所编。该战略的特色是以合作开始，然后跟踪对方上一步的战略，即‘以合作回报合作，以背叛报复背叛’。

“针锋相对’战略的获胜给参与合作竞争的企业很大的启示 要取胜只能通过引导对方采取对双方都有利的合作行为，而不是打击、压制对方；保持战略的‘善良性’，即不首先背叛，保持战略的‘及时回报’性，指给对方的合作以合作回报，引导对方继续合作，给对方的背叛及时背叛，表示你的‘脾气’；给对方信号让对方了解你的战略，而不是隐藏战略并猜测对方的战略。

5　结论

(1)阐明了合作竞争博弈与竞争博弈及合作博弈之间的区别，并说明用合作竞争博弈求解纳什均衡的步骤。

(2)合作竞争博弈求解各类博弈问题具有很大优势，它只要求参与方的函数为凸函数，可以解不可微、不规则等连续性较差的函数。

(3)用合作竞争博弈求解了凸线性逆需求函数对称成本企业的合作竞争产量博弈，研究结果表明：合作竞争战略具有完全合作和完全竞争战略所不具有的优势 在合作竞争产量均衡处各企业的支付系

数相等且等于企业数量的倒数，利润与企业的数量成反比。

(4)比较了合作竞争博弈均衡与 NASH 均衡、垄断均衡的异同，发现合作竞争战略比后两者更具优势。

(5)如各企业的成本非对称或具有非线性逆需求函数，如何应用合作竞争博弈求解博弈均衡有待于进一步研究。

参考文献：

[1] Nalebuff Barry, Brandenburger Adam. Co-opetition[M]. ISL F rlag AB, Oskarshamn, 1996.

[2] Maria Bengtsson, S ren Kock. Cooperation and Competition among Horizontal Actors in Business Networks[J]. Paper presented at the 6th Work-shop on Interorganizational Research, Oslo, August, 1996, 23 – 25.

[3] Maria Bengtsson, S ren Kock. "Coopetition" in Business Networks-to Cooperate and Compete Simultaneously[J]. Industrial Marketing Management. 2000, 29: 411 – 426.

[4] Claudia Loebbecke, Paul C. van Fenema, Philip Powell. Knowledge Transfer Under Coopetition[J]. American Management System, 1997. 215 – 229.

[5] Loebbecke, C., and van Fenema, P. C. Towards a Theory of Interorganizational Knowledge Sharing during Coopetition[C]. Proceedings of European Conference on Information Systems, Aix-en-Provence, France, 1998: 1632 – 1639.

[6] John Piescik. The Internet and Healthcare Co-opetition[J]. Healthcare Systems and Technology Group and American Management Systems, 1999. 7.

[7] Kjell Hausken, Stavanger. Cooperation and Between-group Competition[J]. Journal of Economic Behavior & Organization, 2000, 42: 417 – 425.

[8] Chao-cheng Mai, Shin-kun Peng. Cooperation vs. Competition in a Spatial Model[J]. Regional Science and Urban Economics. 1999, 29: 463 – 472.

[9] D. – Z. Du. An Approach for Proving Lower Bounds: Solution of Gilbert-Pollak's Conjecture on Steiner Ratio[J]. 1990: 76 – 85.

[10] 师汉民. 论制造企业之间的合作与共生[J]. 中国机械工程. 2000, 11(2): 121 – 125.

Coopetition Games of Firms With Symmetric Cost

LIU Chun-cao　SUN Li-hui, XU Yang-feng

(Management School of Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Coopetition has become the current strategy trend of the economic development. The Minimax theorem is adopted to make decision under coopetition, which can ensure that more members in the coalition can get a higher satisfaction degree at the equilibrium point. Moreover, the Minimax theorem is used to analyze coopetition games equilibrium on production with symmetric Cost in the linear reverse demand market。 Finally, the Minimax equilibrium is compared with NASH equilibrium in the complete competitive market and the monopoly equilibrium in the monopoly market. The strategy to deal with uncooperative deeds was presented.

Key words: coopetition games; Minimax Theorem; NASH equilibrium