

经济激励与混沌

徐寅峰 李怀祖

(西安交通大学管理学院博士后流动站 710049)

1 引言

混沌是系统不规则运动的一种表现形式。在经济系统中,许多经济现象从表面数据上看具有极不规则的特征,这就为人们试图用混沌理论和有关方法来研究某些经济问题或解释经济现象提供一个依据。目前已有很多人对如何将混沌理论引入经济研究工作进行了探讨,但是成功地应用混沌理论于具体经济问题的范例并不多。许多文献对诸多经济模型中出现混沌的现象进行了较深入的研究(见文献[1],[2],[3]),然而恰如文献[3],[4],[5]所指出的,如何理解经济模型中出现混沌的具体经济含义以及如何利用现有条件(指已掌握的经济信息)结合混沌理论对实际经济问题进行具有指导意义的研究工作还不多见。

混沌产生的原因往往是由于系统的非线性机制的作用。实际上任何一个非线性动力系统都在一定的条件下出现混沌,而经济系统本身就恰是一个复杂的多变量非线性动力系统,所以在经济模型中以及在具体的经济问题中非线性机制的存在及其作用是显而易见的。经济激励主要是利用系统的非线性特征通过人为刺激以求通过较小的输入获得较大的经济效益,由此将混沌理论和经济激励理论相结合对经济激励理论和方法的深入研究是十分有益的。本文应用混沌理论的一般方法对已建立经济模型的具体问题,就如何选择激励变量、激励的度量以及相关问题进行初步的探讨。

2 混沌的数学概念与经济混沌

目前对混沌并没有统一的定义。人们往往根据研究的具体问题而用奇异吸引子、李亚谱诺夫指数以及对初值的敏感性等来定义与研究混沌。然而每一种定义都具有一定的局限性。在经济模型出现混沌现象的研究中一般采用的是如下具有一定解释意义的 Li - Yorke 定义^[6]。

设 $f: I \rightarrow I$ 连续, I 为一个实区间或空间,如果存在不可数集合 SCI 满足

- (1) S 不包含周期点;
- (2) 任给 $x, y \in S, x \neq y$ 有

$$(A) \begin{cases} \limsup_{n \rightarrow \infty} |f^n(x) - f^n(y)| > 0 \\ \liminf_{n \rightarrow \infty} |f^n(x) - f^n(y)| = 0 \end{cases}$$
- (B) 对任一 f 的周期点 $p \in I$, 有

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |f^n(x) - f^n(y)| > 0$$
 则称映射 f 在集合 S 上为混沌的,其中 $f^0(x) = x, f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$ 。

对于一维迭代映射:

$$x_{k+1} = f_k(x_k) \quad k = 0, 1, \dots, \quad (1)$$

其产生混沌的机制是目前在经济模型中应用和研究最为充分的。为了详细讨论经济激励问题,下面用一个混沌的具体实例来说明系统出现混沌的一个过程。

例如:
$$x_{k+1} = kx_k(1 - x_k) \quad (2)$$

$$0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq k \leq 4$$

其中 k 为系统参数,随着 k 值由小到大,序列 $\{x_k\}$ 的极限行为发生由倍周期分叉到混沌的变化(参见图 1)。

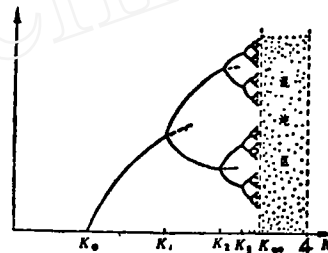


图 1

对于一维连续映射,图 1 说明了离散动力系统(2)式随系统参数的变化由全局稳定经过倍周期分叉到混沌状态的一个变化过程。虽然通向混沌的道路不只有倍周期分叉一种,但是对于许多非线性的经济模型以及类似于(1)式的离散动力系统,其发生混沌的过程大体上都与图 1 所示相近。

在研究某些具体经济指标的运行规律时,人们根据具体的经济环境以及指标特征在一定假设的基础上建立相应的经济模型。(1)式的动力系统模型在给出 f 的具体表达式后可以化为许多著名的经济模型^[3],例如 Samuelso 模型,经济增长模型,Keynesian 模型等。这些模型都是非线性,且模型中的 f 含有一些具有特定经济意义的参数。这些参数在达到某些值时,

* 本课题由陕西自然科学基金资助 收稿日期: 1994-01-04

模型的行为就会出现周期与混沌现象。由于周期和混沌都是系统极限状态的一种形式,为了给这两种形式就以经济上的解释,我们做如下约定:在用经济模型描述经济状态时,若系统参数有所改变,则变动后的经济状态由于经济系统的自适应性以新参数下系统的极限状态为准。

在此约定的前提下,对于系统极限唯一、周期、混沌这些状态,我们做如下说明:

(1) 当系统极限唯一时,系统是稳定的。作为具体经济指标来说具有变化缓慢,对小扰动系统反应不明显的特征。

(2) 当系统极限为周期时,系统整体上是稳定的,但局部不稳定。此时系统的指标值取有限个可能值中的一个。对于小扰动来说指标值不稳定,但系统结构均是稳定的。

(3) 当系统极限状态为混沌时,系统整体上不稳定,此时经济指标在表面上具有一定的随机性。系统指标值的可能取值在一个有界的区间内,系统对小扰动极其敏感。

注意到在情形(2)和(3)时,系统指标的可能取值不唯一。在此情况下如何把握影响经济系统的其他微观因素使得具体的经济指标达到理想的效果是一个十分主要的辅助手段。这恰是人们所说的非线性创造了机遇同时也是一种挑战。

3 经济激励

在经济(宏观或微观)发展的某些特定过程中,尤其是在经济结构调整的时期,如何利用经济系统中的非线性因素来促进整体经济目标的较大发展是经济激励所要研究的主要问题。在某些具体经济实体或经济指标的激励问题中,如下几个方面是必须考虑的。

(1) 激励的可行性。一个具体的经济问题具有其特定的经济环境和经济状态。经济指标或企业是否有可能通过激励来促进其发展是由其内在的和外在的环境所决定的。某些经济问题是可以采取激励措施的,而有些问题采取激励则可能是无意义的。

(2) 激励的方向。对一个具体经济指标(或企业)可以有多种激励方法。如行政手段或经济刺激往往都可以在一定程度上对经济指标起到促进作用。然而由于经济系统的复杂性和多变量之间的相关性,采取不同的方法其结果和付出的代价是有很大区别的。一般认为采取组合激励(即对多个参变量同时采取激励)效果优于单一激励。由此选择合适的激励对象是激励效果好坏的一个十分重要的因素。

(3) 激励的度量。在决定了具体激励的方向之后就要考虑到具体参变量的改变程度。因为对参数的改变是要付出代价的,如何选择适当的激励量以求达到以较小输入得到较大的输出,用数学式子可以表达为:

$$\max \left(\frac{\Delta P}{V(\Delta C)} \right) \quad (3)$$

其中 $V(\Delta C)$ 为激励的代价, ΔC 为参数的改变量, ΔP 为通过激励后指标的增值。此处应注意的是, $V(\Delta C)$ 是参数改变量的函数。

(4) 激励效果的评价。在对具体经济问题采取激励的过程中,实际的效果往往不完全取决于已采取激励对象的行为。对于没有采取激励的对象或参数在激励过程中亦会有不同程度的变化。这主要是系统诸多微观变量相互作用的结果。定量地对激励效果进行预测往往不具有单值性,这恰与上一节在系统出现混沌和周期时的约定相一致。所以对实际经济问题,其激励的效果往往难于衡量。另一个阻碍很好评价激励效果的因素是不同的激励产生的反应在时间上的不一致和持续时间长度的不一致,这主要是由于系统环境的固有影响和系统环境的变化而导致的结果。所以对一个激励效果的评价必须从多方面入手以求给出一个合适的评价指标。

经济激励问题的研究可从不同的角度入手,如企业行为激励等^[8],如下我们仅从经济模型的角度结合混沌理论提出几点看法。

在假设某经济指标基本上按照一个已确定的经济模型 $F = F(x, \lambda)$ 运行时,我们可以考虑对 $F(x, \lambda)$ 中的某些参数进行激励,其中 $F(x, \lambda)$ 为一确定的函数, x 为系统变量, λ 为系统参数向量, F 为系统指标,在一般情况下 $F(x, \lambda)$ 为 x 的非线性函数,由此迭代式

$$x_{i+1} = F(x_i, \lambda) \quad (4)$$

对于不同的 λ , 序列 $\{x_i\}$ 的极限状态是研究激励效果的一个重要指标。

$$\text{令 } y'_\lambda = \limsup_{i \rightarrow \infty} F(x_i, \lambda)$$

$$y''_\lambda = \liminf_{i \rightarrow \infty} F(x_i, \lambda)$$

由图1所示,可以看出在 λ 位于系统稳定区内(即情形(1)时),对 λ 的调整如果未能进入周期区,则有 $y'_\lambda = y''_\lambda$, 且系统指标的增值与 λ 的改变量几乎成线性关系。对于这样的激励量其激励的效果不能认为是理想的,这可由(3)式来说明。但是从系统稳定的角度上看亦有一定的可取之处。当 λ 调整后序列 $\{x_i\}$ 进入周期区,则有 $y'_\lambda \neq y''_\lambda$, 此时系统指标的增值已具有明显的非线性特征。由于此时(情形(2))系统在全体周期点上稳定的,所以如果能把握时机使得系统指标值稳定在 y'_λ , 则激励的效果是较为理想的。随着 λ 改变量的进一步增大,序列 $\{x_i\}$ 进入混沌区,系统指标在 y'_λ 与 y''_λ 之间的任何位置都不稳定,此时使系统指标值稳定在 y'_λ 具有一定的困难,如果能使指标值稳定在 y'_λ , 当然是更为理想的激励效果。

综上所述,如令 λ 的改变量为 $\Delta\lambda$, 系统指标的最佳改变量为 $y'_{\Delta\lambda} = y'_{\lambda+\Delta\lambda} - y_\lambda$ 和最差改变量为 $y''_{\Delta\lambda} = y''_{\lambda+\Delta\lambda} - y_\lambda$, 则从参数改变量来预测激励效果 $E(\Delta\lambda)$ 可有如下式子:

$$E'(\Delta\lambda) = \frac{y'_{\Delta\lambda}}{\|\Delta\lambda\|} \quad (5)$$

$$E''(\Delta\lambda) = \frac{y''_{\Delta\lambda}}{\|\Delta\lambda\|}$$

其中 y_λ 为系统的当前指标值, $E'(\Delta\lambda)$ 为最佳激励效果的度量, $E''(\Delta\lambda)$ 为最差激励效果的度量。(5)式也适合于组合激励效果的评价。尽管(5)式只给出了最佳和最差效果的度量,但从定量分析的角度来看还是可以对激励效果的预测起到指导性的说明。

结论是:为了得到合适的激励效果,最好使得激励量 $\Delta\lambda$ 满足 $\lambda + \Delta\lambda$ 至少进入周期区以求很好地利用系统的非线性特征。至于实际经济问题的激励效果还是要用(3)式和(5)式相结合才能从激励的代价到激励的效果给出一个合适的激励评价。

4 问题与展望

经济中的不规则现象如何与数学中的混沌理论相统一目前还是一个有待进一步探讨的问题,尤其是对模型中的多周期行为与混沌行为怎样在实际经济问题中加以区分的工作还很少涉及。在实际问题的研究中,经济指标一般被认为是确定的和随机的两个主要因素所确定,而混沌主要是强调系统的确定性不规则行为,所以用混沌理论来研究经济问题实际可操作的并不多。本文结合混沌理论和经济激励理论对应用混沌来研究激励问题提出了几点值得进一步探讨的建议和方法,但是在实际经济问题的研究中如下几个方面还应有进一步的理论依据。

(1) 如何建立适合于微观经济现象的非线性解析模型使得系统指标得以很好地与诸多微观因素综合起来。这一问题的部分解决是十分有意义的。

(2) 如何从系统科学的角度来定性定量地评价一个经济激励的效果。

(3) 对组合激励问题的进一步探讨将用到高维混沌问题的理论和方法,而目前高维混沌理论还有许多需要解决的问题。这就是说混沌理论自身的不完善阻碍了其在经济方面的很好应用。

综上所述,本文仅就混沌与经济激励的相互联系

做了部分工作,同时给出了应用混沌方法研究经济激励量与激励效果的一种评价方法。这为进一步应用非线性混沌理论研究经济激励问题提供了一定的理论依据。

参 考 文 献

- [1] Nusse H. E. and Hommes C. H. Resolution of chaos with application to modified Samuelson model, J. Economic Dynamics and Control, 14, 1-19 (1990)
- [2] 黄小原. 动态经济系统中的混沌. 系统工程. 1990 (1)
- [3] Grandmont J. M. Nonlinear Economics Dynamics, Academic Press, INC. 1985
- [4] 张守一, 葛新权. 对经济混沌的初步分析. 大自然探索. 1992 (3)
- [5] 刘华杰, 王军. 经济系统中非线性与混沌及其应用. 数量经济与技术经济研究. 1993 (2)
- [6] Li T. Y. and Yorke J. A. Period three implies chaos, Amer. Math. Monthly, 82, 985-992 (1975)
- [7] 苗东升. 系统科学原理. 中国人民大学出版社. 1990
- [8] 李恒, 李敏慎. 企业组织激励效果的分析与评价. 技术经济. 1991 (4)
- [9] 李京文等. 混沌理论与经济学. 数量经济与技术经济研究. 1991 (2)

(上接 61 页)

	MSE	MAP	MSP
线性模型	2.812	0.9504	0.3396
非线性模型	2.934	0.8892	0.2976

其中

$$MSE = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2 / N}$$

$$MAP = \sum_{i=1}^N \left| \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right|$$

$$MSP = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right)^2}$$

分析:由于给出的序列变率较大($y_{12}/y_1 > 9, y_{12} - y_1 > 8y_1$),故 MSP 和 MAP 更能比 MSE 反映预测模型

的精度。由上面计算的结果可知,我们的最优非线性组合预测模型的精度要比最优的线性组合预测模型的精度有显著性提高,而且在稳健性方面与反映事物的发展趋势方面也更好。特别,还可以通过选取恰当的 P 值,使预测模型更能较好地反映事物的发展趋势,从而提高预测结果的精度。

参 考 文 献

- [1] Francis. X. Diebold and perer panly. Structural Change and the Combination of Forecasts. Journal of Forecasts 1987 (6)
- [2] 唐小我. 最优组合预测方法及其应用. 数理统计与管理. 1992 (1)
- [3] 周传世. 线性规划在确定组合预测组合权数中的应用. 预测. 1993 (4)
- [4] 孙庆凯. 平均预测方法的应用条件. 预测. 1985 (5)