文章编号:1001-4098(2004)11-0062-05

(θ,n) 对手策略下的双方向外汇兑换问题及其竞争策略分析*

徐寅峰[1,2],朱志军[1]

(1. 西安交通大学 管理学院,陕西 西安　710049;
2. 西安交通大学 机械制造工程国家重点实验室,陕西 西安　710049)

摘　要:外汇兑换是现实中的一个典型占线决策问题。R. El-Yaniv 等人将外汇之间的兑换抽象成了一个占线兑换模型,提出了基于风险的兑换策略。在此研究的基础上,本文考虑汇率每日波动在一定范围内的双方向外汇兑换问题,运用博弈的分析方法,给出了占线均衡策略和平均分配策略,并在理论上证明了均衡策略是该问题的最优占线策略,最后通过数值结果对两个策略进行了比较。

关键词:外汇兑换;占线算法;竞争分析;均衡策略

中图分类号:F830　　　**文献标识码**:A

随着贸易全球化和经济的一体化进程的加快,国际资本在世界范围内的流动越来越频繁。在外商眼中中国已经成为国际资本角逐本土以外的最大战场。据国家统计年鉴,2003 年中国外贸进出口总值达 4743 亿美元,比 1998 增长 31.5%,创新中国成立以来最高水平,也创了改革开放以来进出口总值和增长速度两个新高。其中出口 2492 亿美元,增长 27.8%;进口 2251 亿美元,增长 35.8%,全年实现贸易顺差 241 亿美元。虽然中国现在还没有实行资本项目的自由兑换,但不难看出随着国际贸易和国际资本流动的进一步发展,外汇兑换将成为一个重要的话题,因此对外汇兑换的研究显得极为迫切。

占线问题是 20 世纪 80 年代后期兴起的一个热门研究方向,它是研究不完全信息下的决策问题[1,2]。因为现实中的很多经济和金融问题有很强的动态特征,不可能知道和预测未来确切信息。因此在这种情况下往往无法对问题做出的最优决策,而只能尽力给出问题的满意决策[3,4]。而竞争算法就是这样一种决策,该决策在各种条件下给出的决策结果都在对应最优决策的一定范围之内[5]。占线问题和竞争算法在计算机科学方面已经有了很多的研究成果并得到了广泛的应用。由于金融和管理问题中未来信息的缺乏和不确定性,如今它们也越来越多的受到众多占线问题和竞争算法研究学者的广泛注意。而本文研究的外汇兑换问题就是这方面的一个典型例子。

外汇兑换[6,7],可以用下面的例子简单来理解:假设一个交易者希望将他的一部分现金财产 w_0(如美元)兑换成另外一些资产或货币(如日元)。因为外汇的波动是无规律的,且未来信息不可预测,所以每天一个新的汇率出现时,占线投资者必须决定是继续等待一个更好的汇率还是进行兑换且兑换多少。虽然随着电子信息技术和媒体业的飞速发展,我们获取每天汇率信息的成本可以忽略不计。但如何进行最优的外汇兑换仍然是一个棘手的难题。

1　问题描述和模型建立

考虑到在现实的投资空间中,很多新兴股票市场中每支股票每日的波动都有一定的限制,如中国 A 股市场中每日 ±10% 的跌停和涨停限制,同样为了防范汇率市场的过分剧烈波动,对每日的汇率波动规定了一个波动最大值。具体说来,同样假设第二天的汇率 e' 依赖于当天的汇率,且 $e'\in[e/\theta,e\theta]$。θ 分别是汇率每天波动的向上比率和向下比率,决策者在兑换开始就已知 n,θ 的值。和单方向外汇兑换不同的是在这部分模型中投资者可以来回将美元和日元进行兑换,从中获利。

通过分析可以发现,双方向兑换和单方向兑换的不同是在单方向兑换中,对于每一次汇率的上升都是一次获利

* **收稿日期**:2004-06-18;**修订日期**:2004-08-14
基金项目:国家自然科学基金委员会优秀创新群体项目(70121001);国家自然科学基金资助项目(10371094)
作者简介:徐寅峰(1962-),男,吉林人,西安交通大学管理学院教授,博士生导师,研究方向:组合算法与调度优化;朱志军(1977-),男,湖北襄樊人,西安交通大学管理学院博士研究生,研究方向:在线问题和竞争算法。

的机会；而对于双方向外汇兑换问题恰恰相反，不必考虑上升阶段，因为此时只有下降阶段才对应获利机会。

具体来说在外汇兑换问题中，每一天投资者都可能会将一部分美元兑换为日元或将日元兑换为美元，因此这种的兑换策略可以表示为序列 $S=s_1,s_2,\cdots,s_n$. $s_i\in[0,1]$表示在第 i 天的将美元兑换为日元的比例，根据规则 $s_n=0$。

对于最优的离线策略，我们首先可以观察到下面的性质。对于图 1，上面有 10 天的汇价序列（日元/美元），则最优的离线策略的收益为 $\Pi=\left(\frac{e_2}{e_5}\right)\left(\frac{e_6}{e_7}\right)\left(\frac{e_8}{e_9}\right)=\left(\frac{e_2e_3e_4}{e_3e_4e_5}\right)\left(\frac{e_6}{e_7}\right)\left(\frac{e_8}{e_9}\right)$。通常来说，对于$n$期的汇价序列有 $\Pi=\prod_{i=1}^{n-1}\max\{1,e_i/e_{i+1}\}$。如果令 $X=x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是相对价格向量，则 $\Pi=\prod_{i=1}^{n-1}\max\{1,x_i\}$。

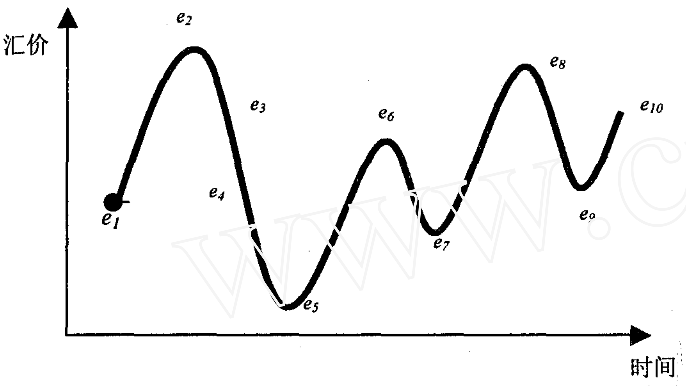

图 1

2　占线问题和博弈分析

占线问题 H 可以看成一个有限的两方的零合博弈 $\Gamma_H(m,n)$。具体来说，对任意非零整数 $k>0$，令 $Z_k=\{1,2,\cdots,k\}$。占线决策者是博弈中的最小化者，用 S_i 表示占线决策者的纯策略集合，$i\in[1,m]$。博弈中的最大化者是对手策略，它的纯策略集合是输入序列 σ_j，$j\in[1,n]$。该博弈 $\Gamma_H(m,n)$的收益矩阵可以定义为

$$H(i,j)=\frac{OPT(\sigma_j)}{S_i(\sigma_j)}>0,\quad i\in Z_m,\ j\in Z_n$$

其中 $OPT(\sigma_j)$表示对应的离线策略的收益。如果令 $\Phi(Z_k)$表示定义在 Z_k 上的概率分布函数集合，对于 $k=n$ 或 m，每一个 $h\in\Phi(Z_k)$都可以看为 k 维欧氏空间上的一点且表示一个混合策略：以概率 $h(l)$的概率运用 Z_k 中的纯策略 l，通过运用 Neumann 的最小最大定理有

$$\max_{f\in\Phi(Z_m)}\min_{g\in\Phi(Z_m)}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}f(i)g(j)H(i,j)$$
$$=\min_{g\in\Phi(Z_m)}\max_{f\in\Phi(Z_m)}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}f(i)g(j)H(i,j)$$

令 r^* 表示对于 H 任意随机占线算法的最小可能竞争比，即 $r^*=a^*=\min_{f\in\Phi(Z_m)}\max_{j\in\Phi(Z_n)}\frac{OPT(\sigma_j)}{\sum_{i=1}^{n}f(i)S_i(\sigma_j)}$。

3　占线策略及其竞争比分析

3.1　均衡策略

对于 $i\in Z_n$，策略 S_i 表示在第 i 天将所有的美元兑换为日元，称为一次兑换策略，且 $S_i(e)=e_i$，则 S 表示一种随机的静态策略。令 s_i 表示策略 S 在第 i 天的期望兑换数目，于是 $s_i>0$，$\sum_{i=1}^{n}s_i=1$。于是令 S'表示在第 i 天兑换 s_i 数目美元的确定性策略。事实上数目 $s_1,s_2,\cdots,s_n$ 定义了一个在 $\Phi(Z_n)$上的概率密度函数，令 S''表示以概率 s_i 运用 S 策略的随机静态策略，于是有如下引理成立：

引理 1[8]　对于所有的 $\hat{e}\in E$，S,S',S''都是一致的，即有 $S(e)=S'(e)=S''(e)$。

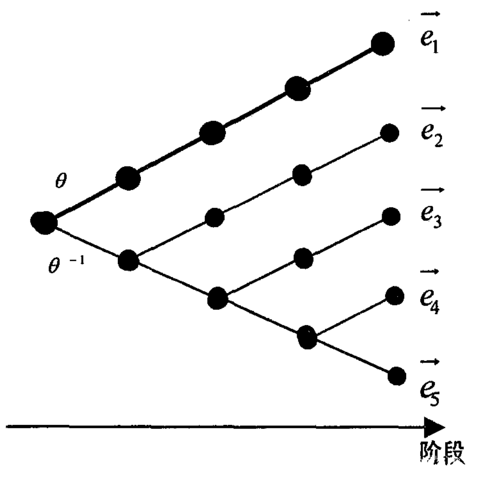

图 2　占优汇率序列图

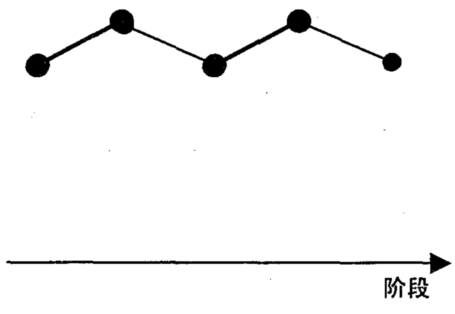

图 3　可能实际发生的占优汇率序列 $\hat{e}_3$

前面提到的静态兑换策略是一个无限的占线博弈，因为对手策略的纯策略集合是无限的。然而占线决策者考虑的是有限的 n 个纯策略集合 S_i. 所以为了利用博弈中的一些结论，需要将该问题转换成为一个有限占线博弈，通过消除掉对手策略的一些非占优纯策略集合，如非最坏汇率序列等可以达到此目的。最后得到的占优汇率序列具体如下：$j=1,2,\cdots,n$，$\vec{e}_j=(\overbrace{\theta^{-1},\theta^{-2},\cdots,\theta^{-j}}^{j},\overbrace{\theta^{-j+1},\theta^{-j+2},\cdots,\theta^{-j+n}}^{n-j})$，具体的如图 2 所示。

引理 2 给定静态策略 S，对于每个 $e\in E$ 都是 $\vec{e}_j$ 的非占优序列，即 $\frac{OPT(e)}{S(e)}\leqslant\frac{OPT(\vec{e}_j)}{S(\vec{e}_j)}$，其中 $e_j=\max_{i=1}^{n} e_i$.

证明 在竞争比分析中通常要分析一个问题的最坏情形，其中一个重要的步骤就是将无限多种可能情况转换为有限数目的情况。具体来说令 S 表示静态交易策略且 $f\in\mathscr{T}(Z_n)$ 表示其对应的概率密度函数。考虑汇率序 $\boldsymbol{e}=(e_1,e_2,\cdots,e_n)\in\Sigma$，令 $\boldsymbol{d}=(d_1,d_2,\cdots,d_n)$ 表示其变动比率向量，即 $d_i=e_i/e_{i-1}$. 竞争比可以表示为

$$r=\sup_{e\in\Sigma}\frac{OPT(e)}{\sum_{i=1}^{n}f(i)S_i(e)}$$

考虑汇率 e_{n-j} 的最坏情形，对手策略一定会使得汇率序列以最大的变动 θ 和 θ^{-1} 递增和递减，使得 $S_i(e)$ 尽可能的小。亦即 $d_i=\theta$ 对于 $i=n-j+1,\cdots,n$. 对于任意的 $l<j$，定义 $\lambda\geqslant1$ 且有 $\vec{d}_i=\lambda d_l=\theta$. 同时令 $\boldsymbol{d}=(\vec{d}_1,\vec{d}_2,\cdots,\vec{d}_n)$，其中 $\forall\ i\neq l$，$\vec{d}_i=d$. 于是 $\forall\ i<l$，$\frac{S_i(\vec{e})}{OPT(\vec{e})}=\frac{d_1^{-1}d_2^{-1}\cdots d_i^{-1}}{\lambda\vec{d}_{n-j}\vec{d}_{n-j+1}\cdots\vec{d}_n}\leqslant\frac{d_1^{-1}d_2^{-1}\cdots d_i^{-1}}{\vec{d}_{n-j}\vec{d}_{n-j+1}\cdots\vec{d}_n}=\frac{S_i(e)}{OPT(e)}$；$\forall\ i\geqslant l$，$\frac{S_i(\vec{e})}{OPT(\vec{e})}=\frac{\lambda d_1^{-1}\cdot d_1^{-1}\cdots d_{n-j}^{-1}\cdot d_{n-j}\cdots d_i}{\lambda\vec{d}_{n-j}\cdot\vec{d}_{n-j+1}\cdots\vec{d}_n}=\frac{d_1^{-1}\cdot d_1^{-1}\cdots d_{n-j}^{-1}\cdot d_{n-j}\cdots d_i}{\vec{d}_{n-j}\cdot\vec{d}_{n-j+1}\cdots\vec{d}_n}=\frac{S_i(e)}{OPT(e)}$。因此对于所有的 i 和 l，e 是 $\vec{e}$ 的非占优序列，即 $\frac{OPT(e)}{S(e)}\leqslant\frac{OPT(\vec{e}_j)}{S(\vec{e}_j)}$，证毕。

因此对于所有存在递增没有达到 θ 和递减没到 θ^{-1} 的汇率序列我们都可以不加考虑，因为 $\vec{e}$ 是这些序列的占优序列。于是就可以将无限的对手策略集变为有限多种的策略集，其数目就为 $\vec{e}_j$ 的总共的序列数。

首先针对图 2，对于 $\vec{e}_j$ 这个纯策略，因为只有在汇率下降时才能获利，于是离线最优兑换策略的收益为 θ^{j-1}. 同样对于 $\vec{e}_j$ 这个纯策略占线策略的收益 $S_i(\vec{e}_j)$ 可以根据 $i\leqslant j$ 和 $i>j$ 的不同来进行分析。对于 $i\leqslant j$ 时，汇率序列先一直下降到 $\theta^{-(i-1)}$ 而后在上升至 $\theta^{(n-1)-2(j-1)}$，因此运用前面提到的静态策略在第 i 天购买获得的收益可以表示为 $\frac{\theta^{-(i-1)}}{\theta^{(n-1)-2(j-1)}}=\theta^{-(n-1)-(i-1)+2(j-1)}$；当 $i>j$ 时，汇率序列已经到达其最低点且而后一直在上升，因此这时因下降而获得的收益为 $\frac{\theta^{-(i-1)}\theta^{(i-1)-(j-1)}}{\theta^{(n-1)-2(j-1)}}=\frac{\theta^{(i-1)-2(j-1)}}{\theta^{(n-1)-2(j-1)}}=\theta^{-(n-1)+(i-1)}$。于是收益矩阵 $K(i,j)=\begin{cases}\theta^{n-1+i-j}, & i\leqslant j\\ \theta^{n-1+j-i}, & i>j\end{cases}$。

虽然在实际的发生中因为上涨和下跌的次序不同最终形成的汇率序列不同，但同样可以证明上涨和下跌的次序不会对我们的分析产生任何影响。例如图 2 中 $\vec{e}_3$ 的序列，在实际的发生中可能的顺序如图 3，按照上面的定义，对图 2 中的 $\vec{e}_3$ 序列有 $K(i,3)=(\theta^2,\theta^3,\theta^4,\theta^3,\theta^2)$，对于图 3 中的 $\vec{e}_3$ 序列有 $K'(i,3)=(\theta^2,\theta,\theta^2,\theta,\theta^2)$，因为对手策略（汇率序列）尽可能使得竞争比越大越好，即收益值越大越好，所以显然图 2 中的 $\vec{e}_3$ 序列占优于图 3 中的 $\vec{e}_3$ 序列。于是根据图 2 可以得到具体的收益矩阵为

占线策略

$$\text{对手策略}\quad\begin{array}{c} \\ s_1\\ s_2\\ s_3\\ \cdots\\ s_n\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_n\end{array}\\ \left(\begin{array}{ccccc} (\underline{\underline{\theta^{n-1}}},-\theta^{n-1}) & (\theta^{n-2},-\theta^{n-2}) & (\theta^{n-3},-\theta^{n-3}) & \cdots & (1,\underline{-1})\\ (\underline{\underline{\theta^{n-2}}},-\theta^{n-2}) & (\theta^{n-1},-\theta^{n-1}) & (\theta^{n-2},-\theta^{n-2}) & \cdots & (\theta,\underline{-\theta})\\ (\underline{\underline{\theta^{n-3}}},-\theta^{n-3}) & (\theta^{n-2},-\theta^{n-2}) & (\theta^{n-1},-\theta^{n-1}) & \cdots & (\theta^2,\underline{-\theta^2})\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ (1,\underline{-1}) & (\theta,-\theta) & (\theta^2,-\theta^2) & \cdots & (\underline{\underline{\theta^{n-1}}},-\theta^{n-1})\end{array}\right)\end{array}$$

定理 1 符合统计特征 (n,θ) 的双方向外汇兑换问题存在混合策略 Nash 均衡，且均衡策略 BAL

$$b_i^*=\begin{cases}\frac{\theta}{n\theta-(n-2)}, & i=1\\ \frac{\theta-1}{n\theta-(n-2)}, & 2\leqslant i\leqslant n-1\\ \frac{\theta}{n\theta-(n-2)}, & i=n\end{cases}$$

且 $\sum_{i=1}^{n}b_i^*=1$ 是此双方向外汇兑换问题的最优占线策略，且其竞争比结果为 $r=\frac{\theta^n+\theta^{n-1}}{n\theta-(n-2)}$。

显然，通过划线法分析可以看到，此零合博弈没有纯策略 Nash 均衡。于是对于占线策略，运用混合策略看是否存在混合策略 Nash 均衡。设占线策略的混合策略集合为 $(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，则针对对手策略的 n 个策略 $(s_1,s_2,\cdots,s_n)$，相应的收益可以写为

$$\pi_{s_1}=\theta^{n-1}x_1+\theta^{n-2}x_2+\theta^{n-3}x_3+\cdots+1\cdot x_n \quad (1)$$

$$\pi_{s_2}=\theta^{n-2}x_1+\theta^{n-1}x_2+\theta^{n-2}x_3+\cdots+\theta x_n \quad (2)$$

$$\pi_{s_3}=\theta^{n-3}x_1+\theta^{n-2}x_2+\theta^{n-1}x_3+\cdots+\theta^2 x_n \quad (3)$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\pi_{s_{n-1}}=\theta x_1+\theta^2 x_2+\cdots+\theta^{n-1}x_{n-1}+\theta x_n \quad (n-1)$$

$$\pi_{s_n}=1\cdot x_1+\theta x_2+\cdots+\theta^{n-2}x_{n-1}+\theta^{n-1}x_n \quad (n)$$

因为要得混合策略 Nash 均衡,因此对于对手策略的每一种选择占线策略的收益应该都相等,于是运用式(1)和式(2)有:$\pi_{s_1}\theta-\pi_{s_2}=(\theta^n-\theta^{n-2})x_1\Rightarrow(\theta-1)\pi_{s_1}=\theta^{n-2}(\theta^2-1)x_1\Rightarrow\pi_{s_1}=\theta^{n-2}(1+\theta)x_1$;同样运用式$(n-1)$和式$(n)$得:$\pi_{s_{n-1}}-\theta\pi_{s_n}=\theta^{n-2}x_n-\theta^n x_n\Rightarrow(\theta-1)\pi_{s_n}=\theta^{n-2}(\theta^2-1)x_n\Rightarrow\pi_{s_n}=\theta^{n-2}(\theta+1)x_n$.

因为 $\pi_{s_1}=\pi_{s_2}=\cdots=\pi_{s_n}$,于是 $\theta^{n-2}(1+\theta)x_1=\theta^{n-3}(1+\theta)(x_1+\theta x_2)\Rightarrow x_2=\frac{\theta-1}{\theta}x_1$,同样有 $\theta^{n-3}(\theta+1)(x_1+\theta x_2)=\theta^{n-4}(\theta+1)(x_1+\theta x_2+\theta^2x_3)\Rightarrow\theta(x_1+\theta x_2)=(x_1+\theta x_2+\theta^2x_3)$,将上面的 x_2 代入,得 $x_3=\frac{\theta-1}{\theta}x_1$.

按照同样的方法可以得到 $x_2=x_3=\cdots=x_{n-1}$. 于是有 $x_1=x_n=\frac{\theta}{n\theta-(n-2)}$,$x_2=x_3=\cdots=x_{n-1}=\frac{\theta-1}{n\theta-(n-2)}$。于是上面零合博弈有唯一的混合最优策略,相应的收益值为 $\frac{\theta^n+\theta^{n-1}}{n\theta-(n-2)}$,于是相应的竞争比结果为 $r=\frac{\theta^n+\theta^{n-1}}{n\theta-(n-2)}$。

定理 2　BAL 策略是该问题的最优策略。

对于其最优性的证明可以利用图 2 来说明。利用反证法,不失一般性,我们假定 b' 为最优的确定性策略,且竞争比为 r^*. 因为此 b' 不是均衡策略,而竞争比分析是最坏情形分析,所以可以假定竞争比 $r^*=r'_3$ 是在汇率 e_3 时达到的,也就是说对于另外的一些汇率序列,确定性策略 b' 的竞争比都要好于 r^*. 对于确定性策略 b' 如果不改变 b_1', b_2', b_4' 投资数量,而增加 b'_5,减少 b'_3. 此改进对于 e_1, e_2 和 e_3 的汇率序列占线收益会增加,竞争比结果会减少,对于 e_4 竞争比保持不变,而对于 e_5 竞争比会增大。因为开始假定 $r'_3>r'_5$,所以通过这个方法可以不断的改进最坏情形下的竞争比结果直至两个序列的竞争比相同。同样对于另外的一些 e_i 序列可以做同样的分析,最终的结果会发现只有 b' 对所有的 e_i 序列的竞争比结果一样时,才不能做任何改进。这时 b' 也就是逐步改进到上面提到的均衡策略。因此 BAL 策略是该问题的最优占线策略。

3.2　平均分配策略

平均分配策略是一种静态策略,且每一次兑换同样数目的美元,即 $1/n$. 根据前面的分析,平均分配策略是博弈 $\Gamma_H(n,n)$ 中的平均混合策略。根据定理 1,平均分配策略 DA 不是最优的静态策略,所以 $r_{BAL}<r_{DA}$.

引理 3　$r_{DA}=\frac{\theta^{n-1}}{n}\left(\frac{1-\theta^{-\lceil n/2\rceil}}{1-\theta^{-1}}+\frac{\theta^{-1}-\theta^{-\lceil n/2\rceil-1}}{1-\theta^{-1}}\right)$。

证明　根据定义有

$$\begin{aligned} r_{DA}&=\max_{1\le j\le n}\frac{OPT(\hat{e}_j)}{S_i(\hat{e}_j)}\\ &=\frac{1}{n}\max_{1\le j\le n}\sum_{i=1}^{n}\theta^{n-1-|i-j|}\\ &=\frac{\theta^{n-1}}{n}\max_{1\le j\le n}\sum_{i=1}^{n}\theta^{-|i-j|}\\ &=\frac{\theta^{n-1}}{n}\left(\frac{1-\theta^{-\lceil n/2\rceil}}{1-\theta^{-1}}+\frac{\theta^{-1}-\theta^{-\lceil n/2\rceil-1}}{1-\theta^{-1}}\right)\end{aligned}$$

证毕。

3.3　数值比较

为了进一步比较均衡策略和平均策略在竞争比方面的不同,我们给出了一些数值结果。从表 1 可以发现对于上面给出的 n,m,M,均衡策略相比平均策略的平均改善程度都在 30% 左右,而且比较 1,2 行和 3,4 行可以发现,随着交易阶段 n 的不断增加,平均改善程度呈上升的趋势。

表 1　均衡策略和平均策略竞争比的比较

n	m	M	θ	r_{BAL}	r_{DA}	$\frac{r_{BAL}-1}{r_{DA}-1}$
20	100	120	1.00915	1.0943	1.1364	69.1%
30	100	120	1.00609	1.0962	1.1398	68.8%
30	100	150	1.01361	1.2374	1.3396	69.9%
50	100	150	1.00814	1.2413	1.3467	69.6%
50	50	175	1.02537	2.1151	2.5365	72.6%

4 小结

随着经济贸易的全球化，各国之间的商贸往来也越来越频繁。企业之间进行进出口业务时，不同货币之间的往来结算也变得越来越重要。同时人口的流动日益频繁，出国旅游、移居他国人们往往需要进行外汇，于是外汇兑换也变得越来越重要。本文考虑汇率序列符合某些统计特征，即每天汇率波动率在一定范围之内情况下的占线双方向外汇兑换问题。虽然 El-Yaniv 模型中给出了汇率波动的整体上下界，但分析方法却大不相同。本文在给出了该问题的具体描述之后通过构造最坏情形的汇率序列和计算离线和占线决策者的收益，给出了收益矩阵，而后根据收益矩阵给出了该博弈的混合策略 Nash 均衡，进一步得到了该策略的竞争比结果。最后文章研究了平均分配策略，并给出了一些数值结果对均衡策略和平均分配策略进行了比较分析。

对于本文所研究的外汇兑换问题还有许多进一步值的关注的问题和方向，例如对于更为一般的情况下的双方向兑换问题该如何设计兑换策略？如何改进文[10]给出的竞争比上下界？另外，如果考虑交易费用、税收等因素，提出的均衡策略还是不是最优策略也是一个值得关注的方向。

参考文献：

[1] Manasse M S, McGeoch L A, Sleator D D. Competitive algorithms for server problems[J]. Journal of Algorithms, 1990, 11: 208～230.

[2] David S B, Borodin A. A new measure for the study of the on-line algorithm[J]. Algorithmica, 1994, 11: 73～91.

[3] El-Yaniv R, Kaniel R, Linial N. Competitive optimal on-line leasing[J]. Algorithmica, 1999, 25: 116～140.

[4] Al-Binali S. A risk-reward framework for the competitive analysis of financial games[J]. Algorithmica, 1999, 25: 99～115.

[5] Sleator D D, Tarjan R E. Amortized efficiency of list update and paging rules[J]. Communications of the ACM, 1985, 28: 202～208.

[6] El-Yaniv R, Fiat A, Karp R M, Turpin G. Optimal search and one-way trading online algorithms[J]. Algorithmica, 2001, 30: 101～139.

[7] Raghavan P. A statistical adversary for on-line algorithms[J]. DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theorectial Computer Science, 1991, 7: 79～83.

[8] Chen G H, Kao M Y, Lyuu Y D, Wong H K. Optimal buy-and-hold strategies for financial markets with bounded daily returns[C]. SIAM J. Comput., 2001, 31(2): 447～459.

[9] Dannoura E, Sakurai K. An improvement on El-Yaniv-Fiat-Karp-Trupin's money-making bi-directional trading strategy[J]. Information Processing Letter, 1998, 66: 27～33.

Competitive Analysis on Two-way Trading Problem in Foreign Exchange Transactions with (θ, n) Adversary

XU Yin-feng[1,2], ZHU Zhi-jun[1]

(School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. State Key Lab for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Foreign currency trading is a typical online decision problem in our real life. R. El-Yaniv has abstracted it as an online one-way trading problem and proposed the threat-based policy. Different from Yaniv's analysis, we considered the two-way trading problem with daily volatility restriction. By applying game theory, Balanced strategy and Dollar-average strategy are presented. We not only proved the Balanced strategy is the optimal strategy in this model, and also gave some numerical results to compare with DA strategy.

Key words: One-way Trading; On-line Algorithm; Competitive Analysis; Balanced Policy